

# INTEGRAL

## Taller de

### Arquitectura

---

#### APUNTES DEL CURSO DE ESTRUCTURAS I

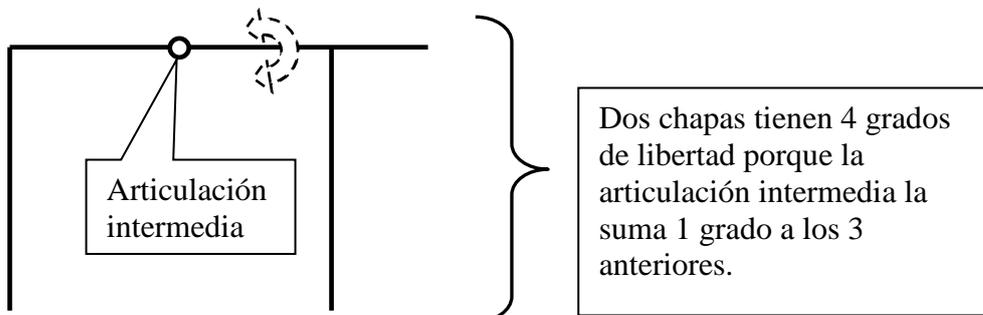
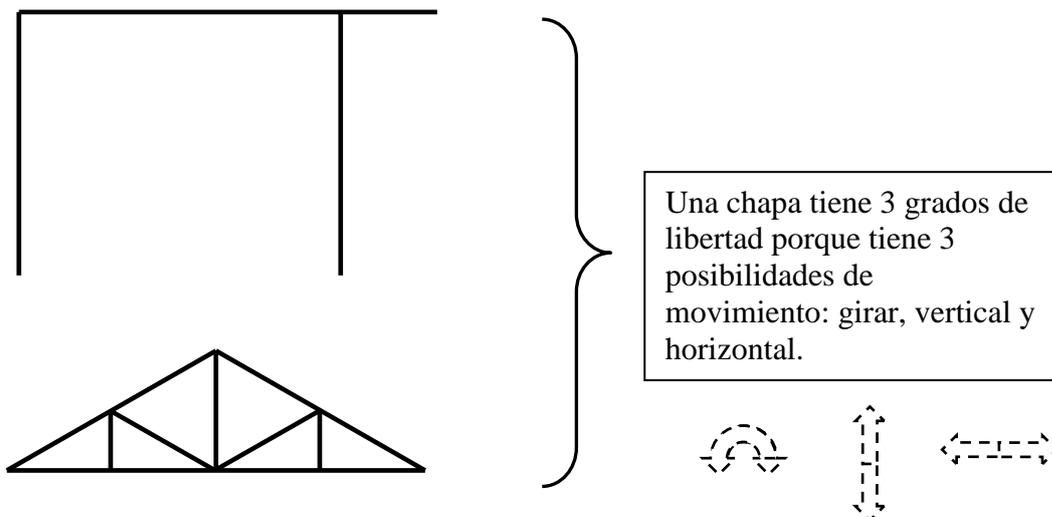
#### INDICE

Grados de libertad -----	pág. 1
Vínculos-----	pág. 2
Vínculo aparente-----	pág. 3
Reacciones de vínculo-----	pág. 4
Diagramas de Características-----	pág. 5 a 10
Pórtico y par de fuerzas-----	pág. 11 a 15
Reticulados -----	pág. 16 a 20
Parte gráfica de fuerzas-----	pág. 21 a 28
Baricentro, Momento de Inercia, Teorema de Steiner-----	pág. 29 a 36
Ensayos -----	pág. 37
Definiciones-----	pág. 38 y 39
Tensiones-----	pág. 40 y 41
Flexión Plana-----	pág. 44
Flexión compuesta, Núcleo central-----	pág. 45 a 48
Pandeo y Flexo-Compresión-----	pág. 49 a 53
Análisis de Cargas, ejemplos-----	pág. 54 a 60
Tablas-----	pág. 64 a 68
Perfiles adosados-----	pág. 69
Hipótesis-----	pág. 72 a 75
Flexión Simple Oblicua-----	pág. 76 a 79
Dimensionamiento-----	Pág. 80 y 81

**INTEGRAL TALLER DE ARQUITECTURA**  
Aráoz 2193 esq. Mansilla / Buenos Aires/ [www.integral.com.ar](http://www.integral.com.ar)  
Tel.: 4824-5656 / e-mail: [josepeirano@integral.com.ar](mailto:josepeirano@integral.com.ar)

Hecho el depósito de la ley 11.723  
Derechos reservados - Impreso en la Argentina  
Copyright © 2005, 2006, 2009, 2015, 2021 José Peirano

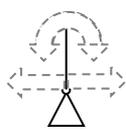
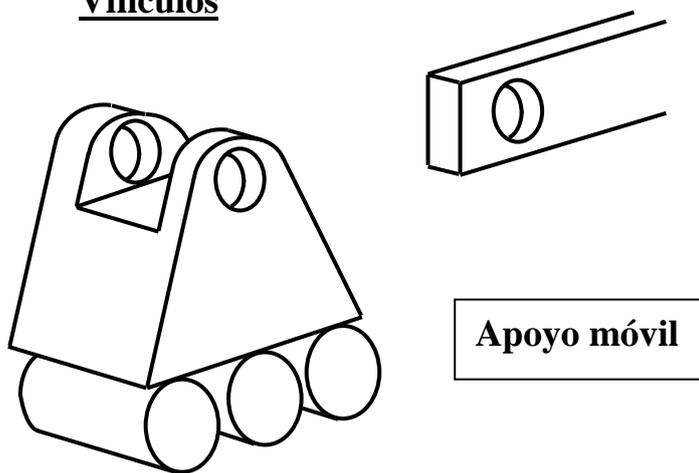
## Grados de libertad



## Vínculos



**Apoyo fijo**



Apoyo móvil:  
quita 1 grado de libertad



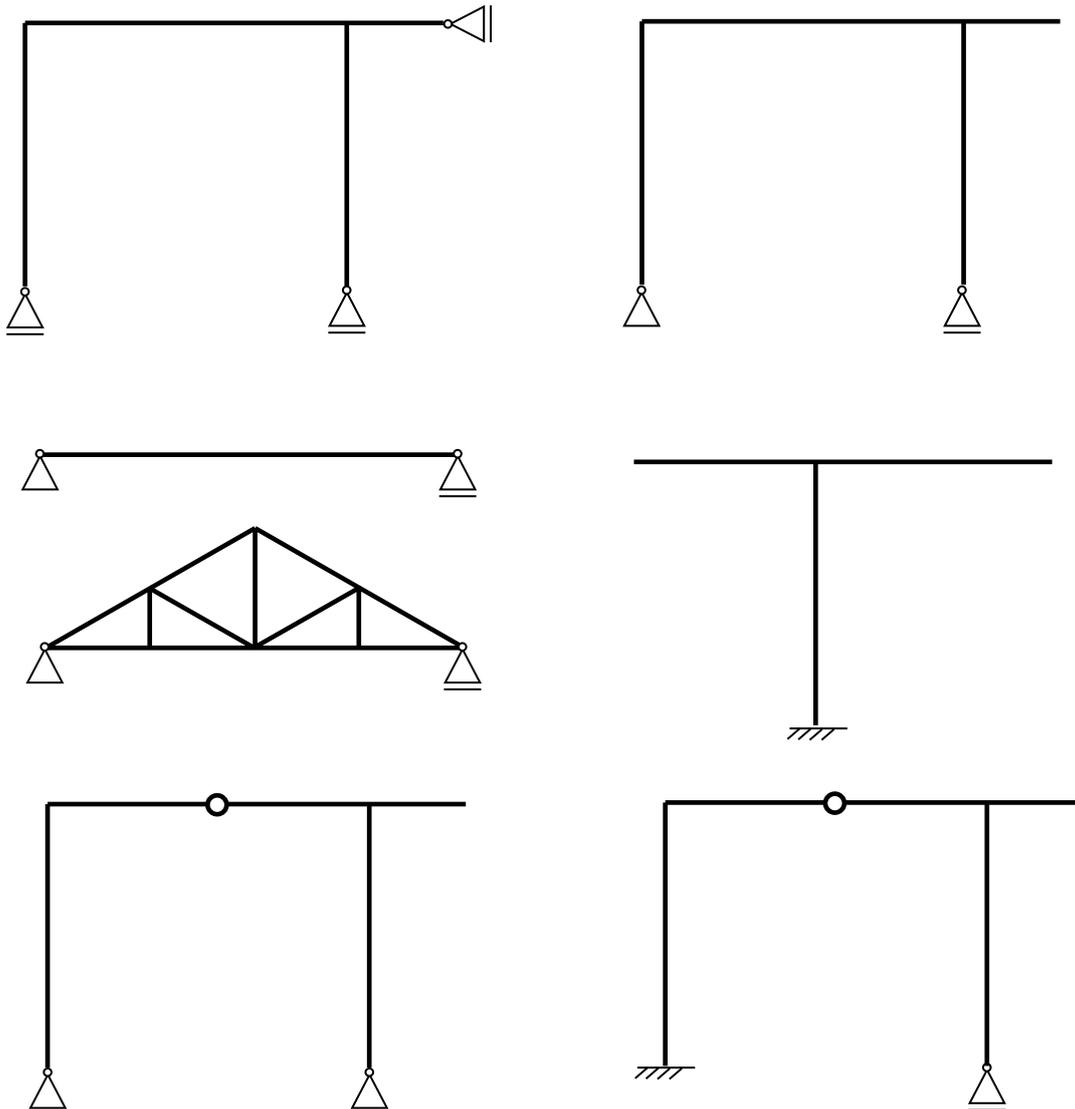
Apoyo fijo:  
quita 2 grados de libertad



Empotramiento:  
quita 3 grados de libertad

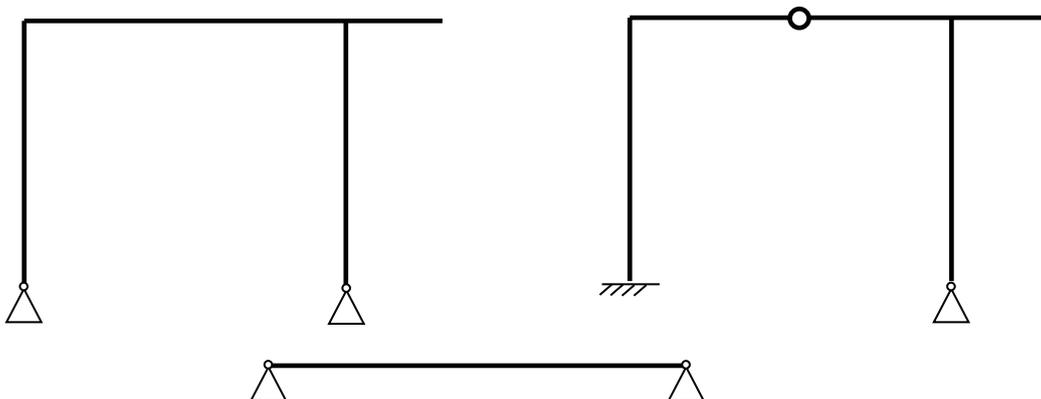


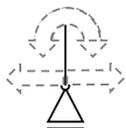
Por lo tanto, hay varias formas de inmovilizar a una estructura:



Todos los ejemplos anteriores son isostáticos, porque el número de grados de libertad es igual al de vínculos.

Si el número de vínculos es mayor al de grados de libertad, la estructura también está inmovilizada, pero se llaman hiperestáticos, porque hay exceso de vínculos.





Apoyo móvil:  
quita 1 grado de libertad



Apoyo fijo:  
quita 2 grados de libertad

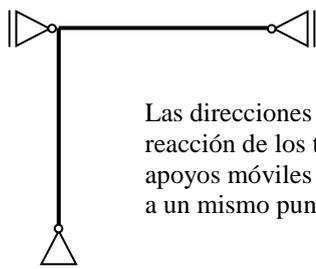


Empotramiento:  
quita 3 grados de libertad

### Vínculo Aparente

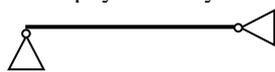
Es cuando la cantidad de vínculos es la necesaria para inmovilizar la estructura, pero están colocados de tal manera que igual se puede mover.

1) Una chapa (tiene 3 grados de libertad) con tres apoyos móviles



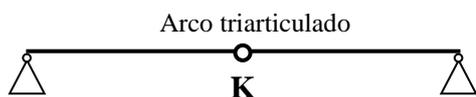
Las direcciones de reacción de los tres apoyos móviles concurren a un mismo punto.

2) Una chapa (tiene 3 grados de libertad) con un apoyo móvil y uno fijo



La dirección de reacción del apoyo móvil pasa por el apoyo fijo.

3) Dos chapas (tienen 4 grados de libertad) con dos apoyos fijos

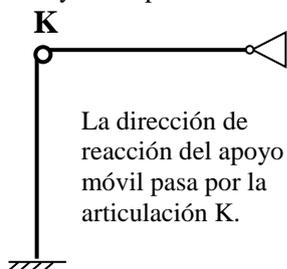


Arco triarticulado

**K**

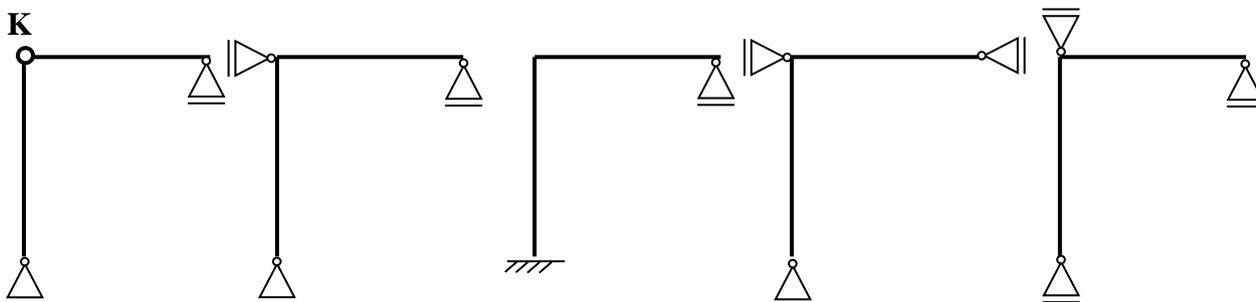
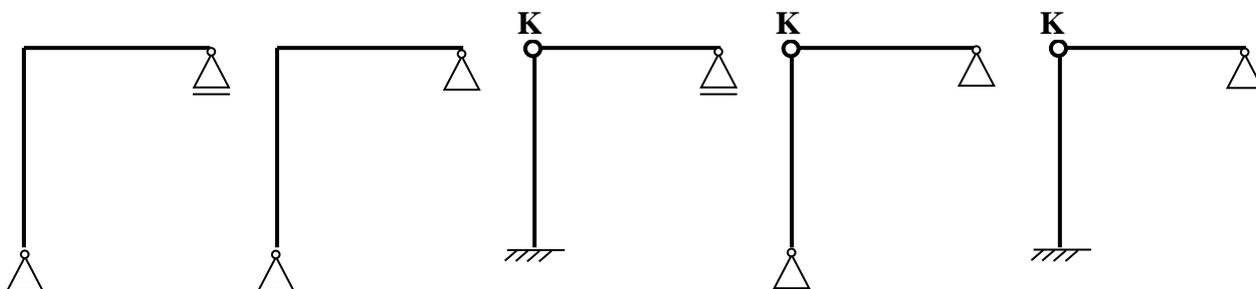
Las tres articulaciones están alineadas.

4) Dos chapas (tienen 4 grados de libertad) con un apoyo móvil y un empotramiento



La dirección de reacción del apoyo móvil pasa por la articulación K.

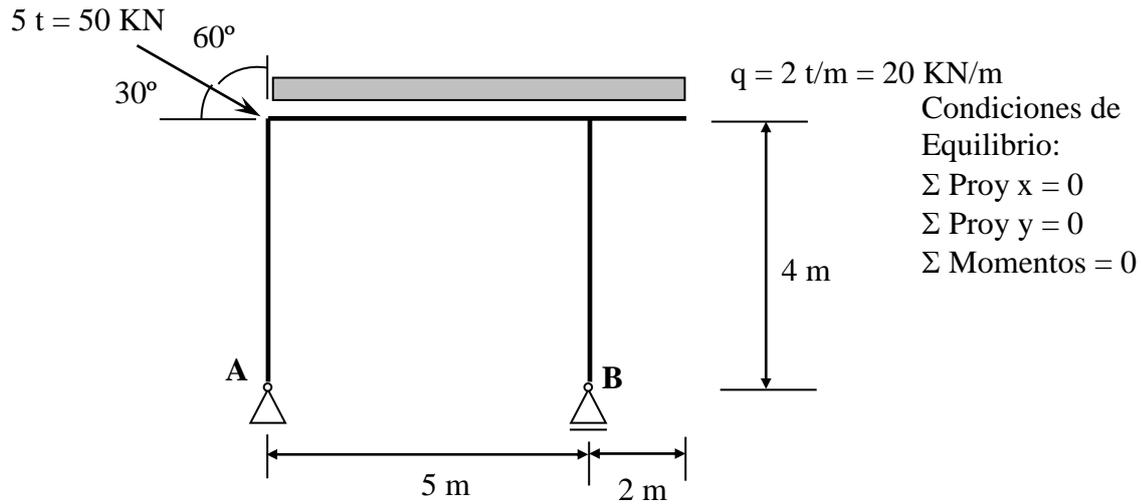
Clasificar a las siguientes figuras en isostáticos, hiperestáticos o vínculo aparente:



Viga Gerber



Como la resolución de hiperestáticos es más compleja que la de isostáticos, comenzaremos resolviendo solo isostáticos.



Si al despejar la reacción resulta positiva, no significa que sea positiva, sino que estaba bien supuesto el sentido.  
 Si al despejar la reacción resulta negativa, no significa que sea negativa, sino que estaba mal supuesto el sentido.

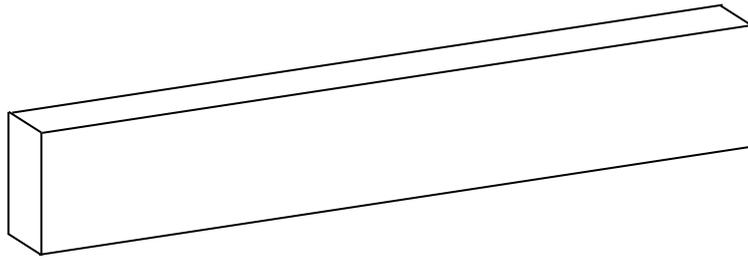
$$\Sigma \text{Proy } x = 0 \text{ (fuerzas horizontales)}$$

$$\Sigma \text{Proy } y = 0 \text{ (fuerzas verticales)}$$

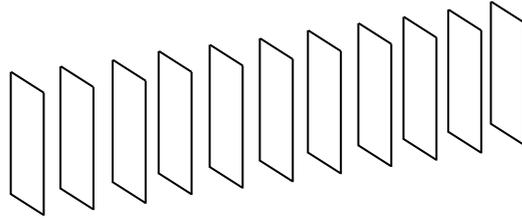
$$\Sigma \text{Momentos} = 0$$

## Diagramas de Esfuerzos Característicos

Una barra:

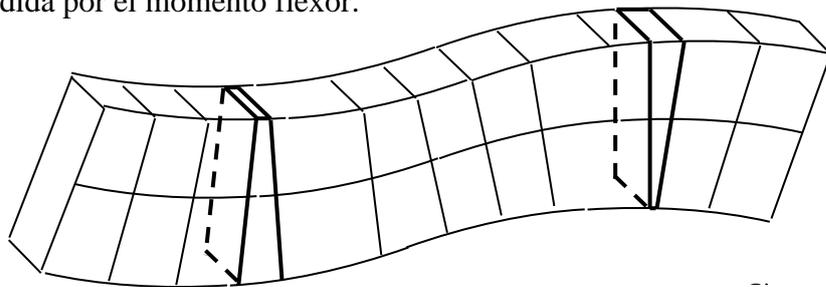


Está formada por infinitas “rodajas” llamadas secciones:

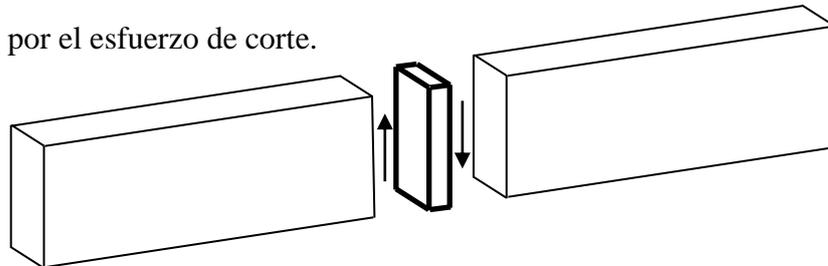


Cada una de estas secciones, puede “sufrir” 3 esfuerzos:

1) Flexión: medida por el momento flexor.

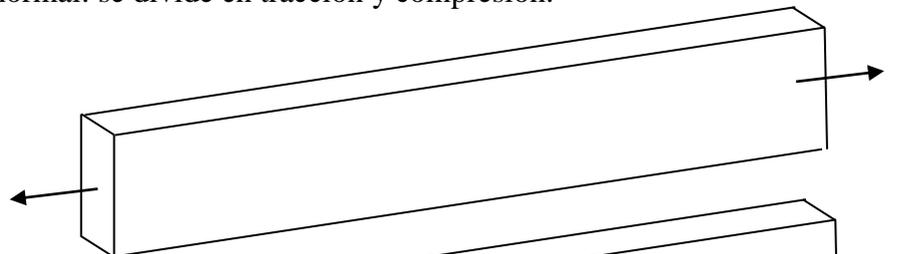


2) Corte: medido por el esfuerzo de corte.

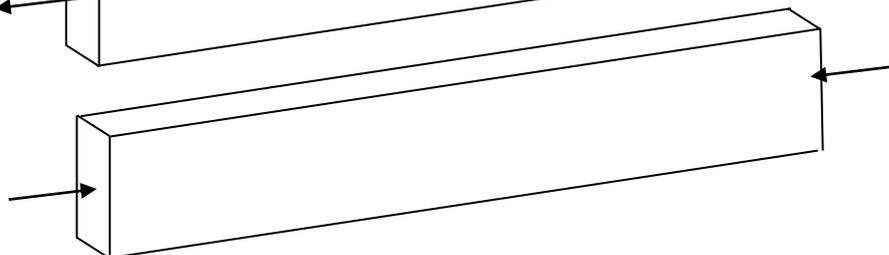


3) Esfuerzo normal: se divide en tracción y compresión.

Tracción:



Compresión:



Cuando conozcamos los valores de estos esfuerzos, unas fórmulas nos darán las dimensiones que debe tener la barra para soportarlos.

En cada sección, los esfuerzos pueden ser diferentes. Pero, por suerte, estudiando lo que les pasa a unas pocas secciones, podremos conocer lo que les pasa a todas las demás.

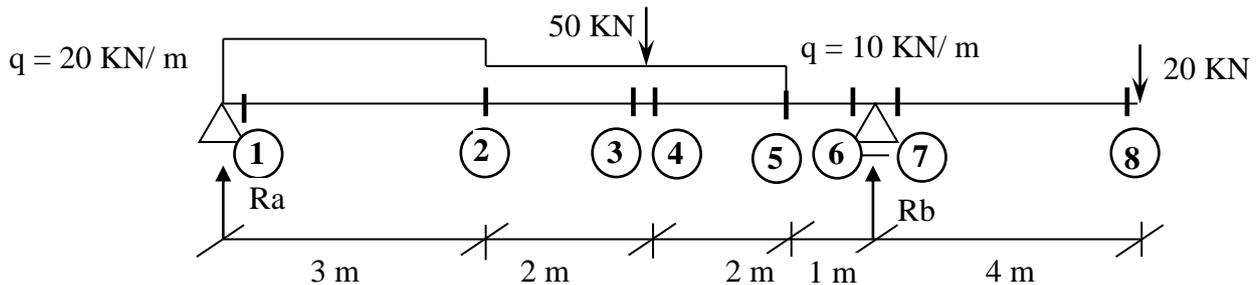
Criterios para elegir a esas pocas secciones, llamadas secciones notables:

**Una donde empieza y otra donde termina la barra.**

**Una donde empieza y otra donde termina la carga distribuida.**

**Una a cada lado de una fuerza concentrada.**

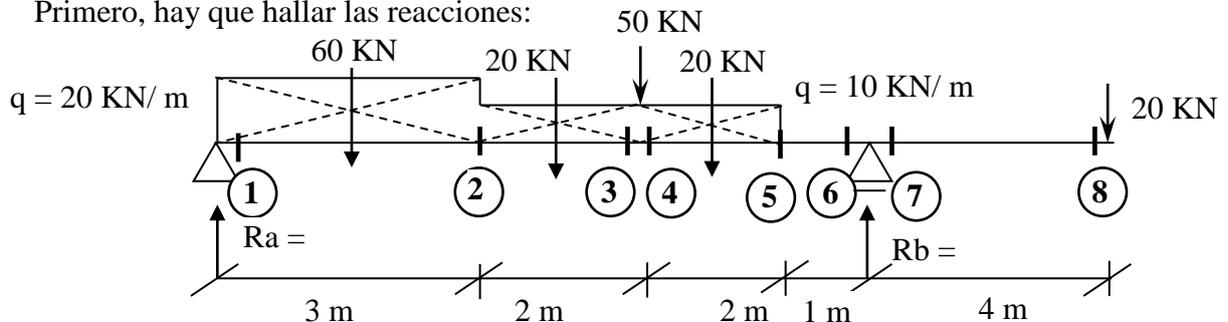
**En pórticos, una a cada lado de un nudo.**



Para hallar los esfuerzos de flexión, corte, tracción y compresión en una sección cualquiera, solo debemos tomar las fuerzas que están a la izquierda o a la derecha de esta sección. Aunque parezca raro, el resultado final será el mismo cuando tomemos las fuerzas que están a la izquierda o a la derecha, ya que la suma de todas las fuerzas es cero.

Para practicar esto último, tomemos como referencia el ejemplo que está más arriba.

Primero, hay que hallar las reacciones:

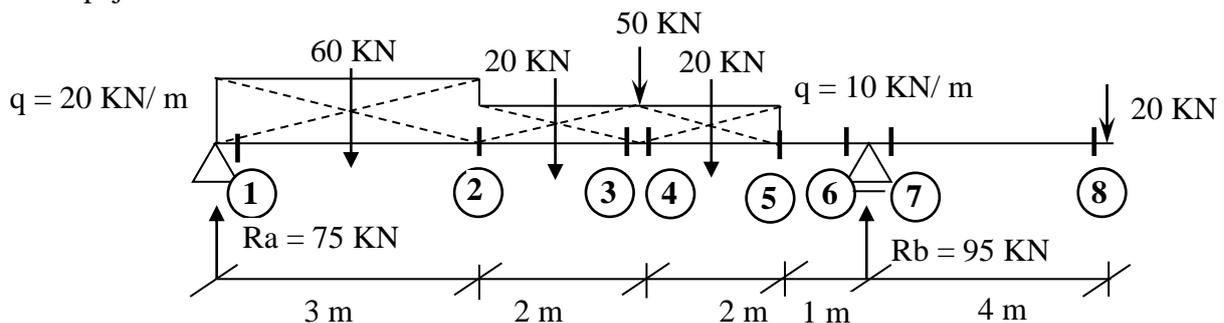


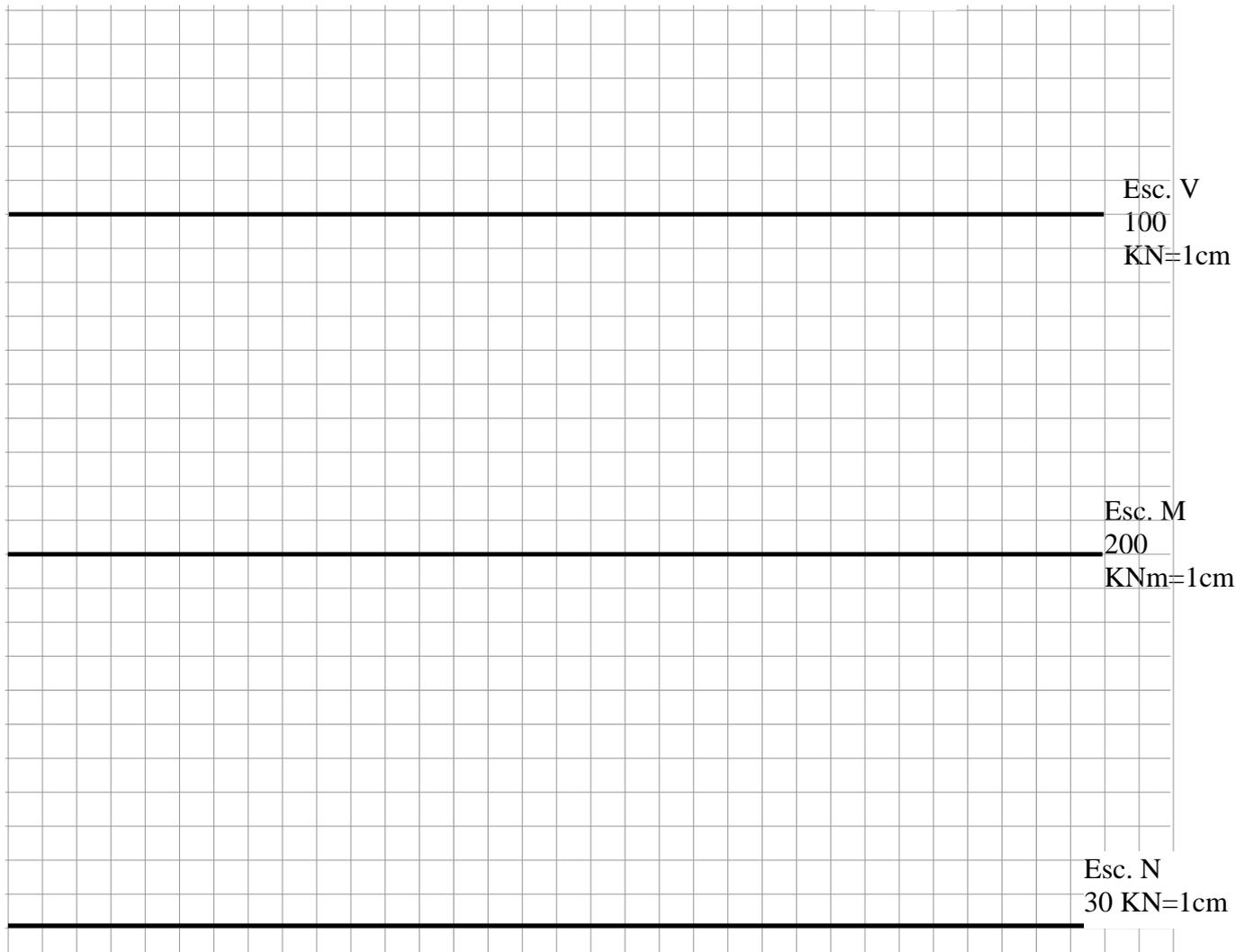
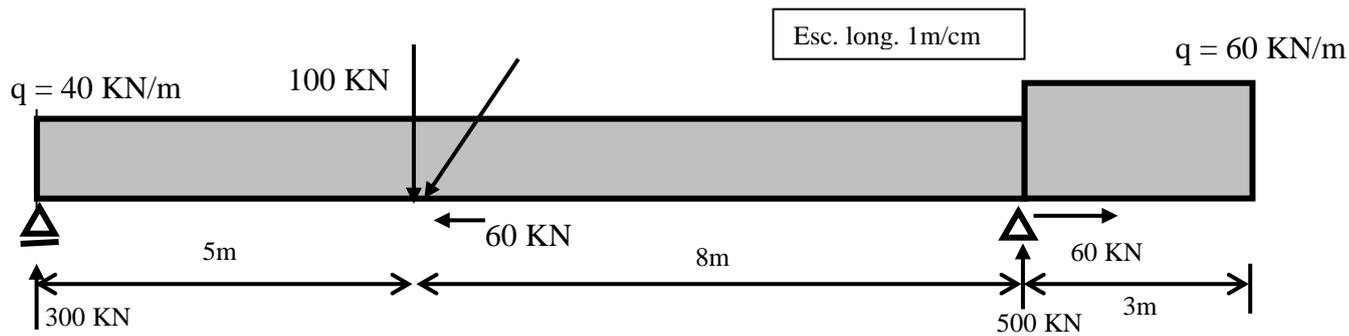
Momentos en apoyo A:  $60 \text{ KN} \times 1,5\text{m} + 20 \text{ KN} \times 4\text{m} + 50 \text{ KN} \times 5\text{m} + 20 \text{ KN} \times 6\text{m} + 20 \text{ KN} \times 12\text{m} - R_b \times 8\text{m} = 0$

Despejando:  $R_b = 95 \text{ KN}$

$\Sigma \text{ Proj Y (verticales)} R_a + 95 \text{ KN} - 60 \text{ KN} - 20 \text{ KN} - 50 \text{ KN} - 20 \text{ KN} - 20 \text{ KN} = 0$

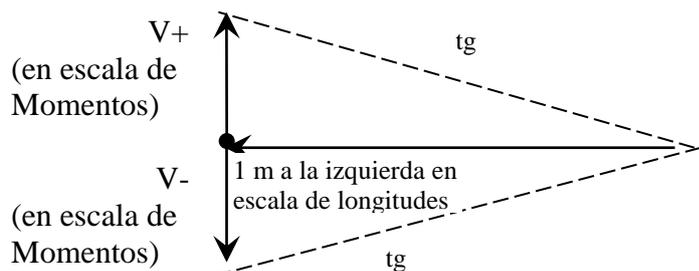
Despejando:  $R_a = 75 \text{ KN}$



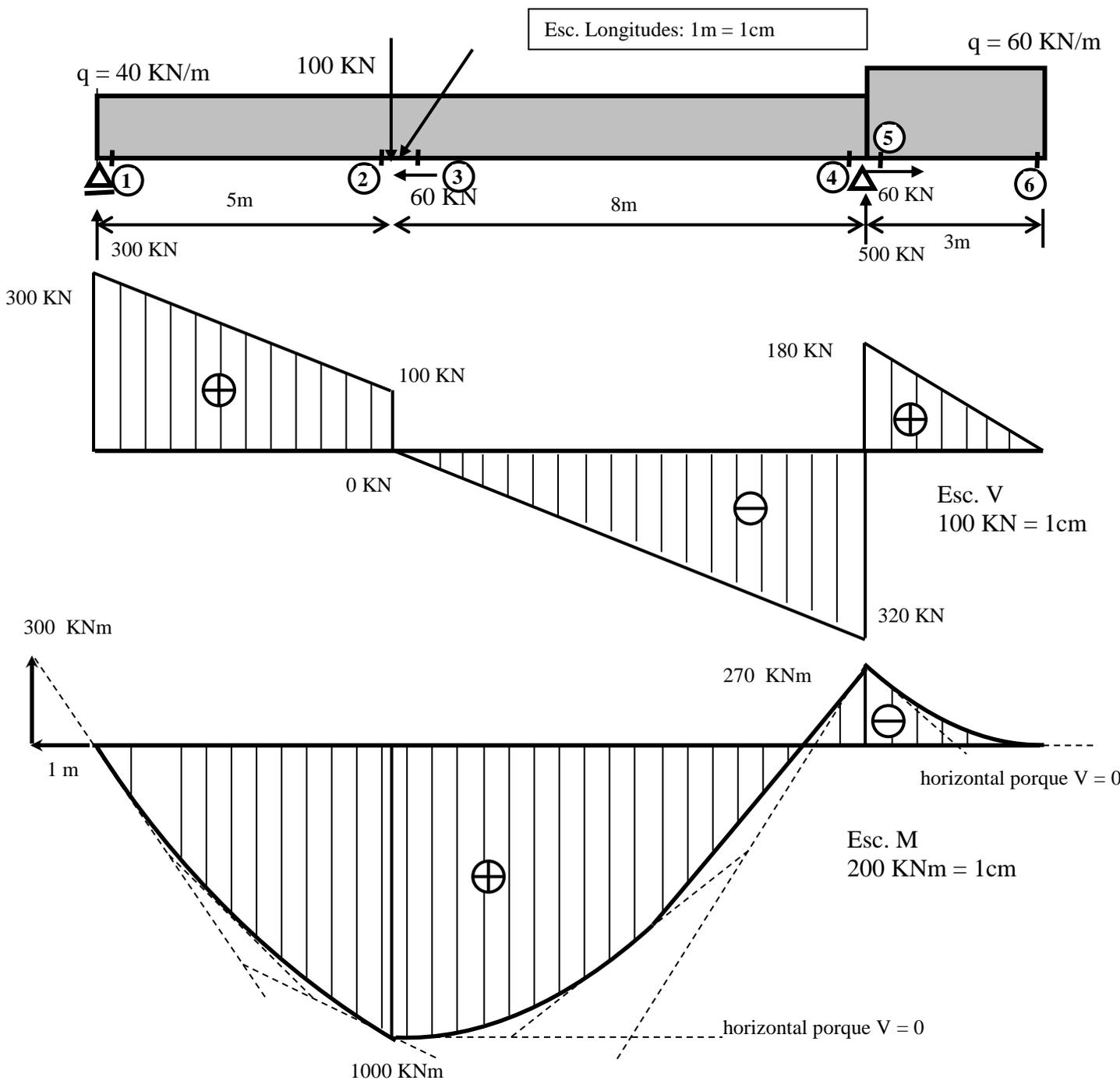


- V1 =
- V2 =
- V3 =
- V4 =
- V5 =
- V6 =
- M1 =
- M2 =
- M3 =
- M4 =
- M5 =
- M6 =

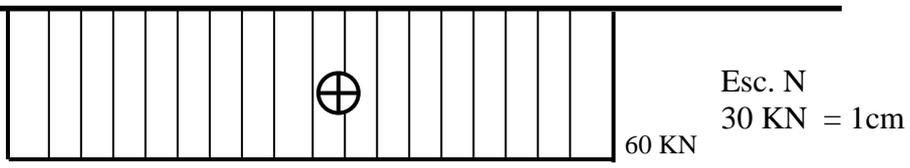
**Trazado de tangentes al diagrama de Momentos**



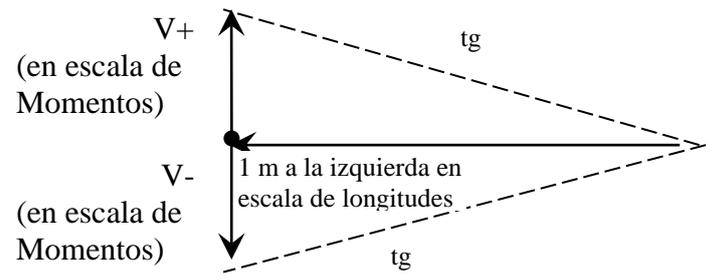
Esc. Longitudes: 1 m = 1 cm

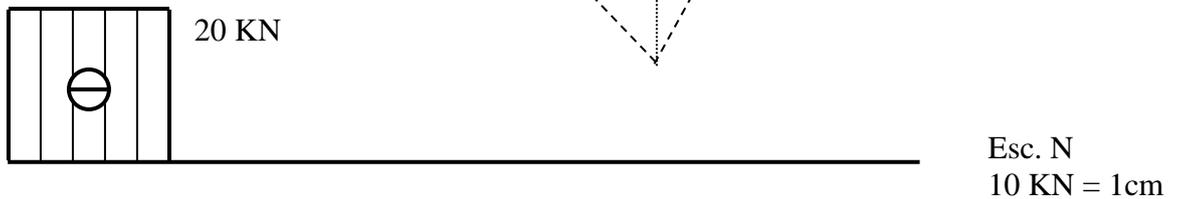
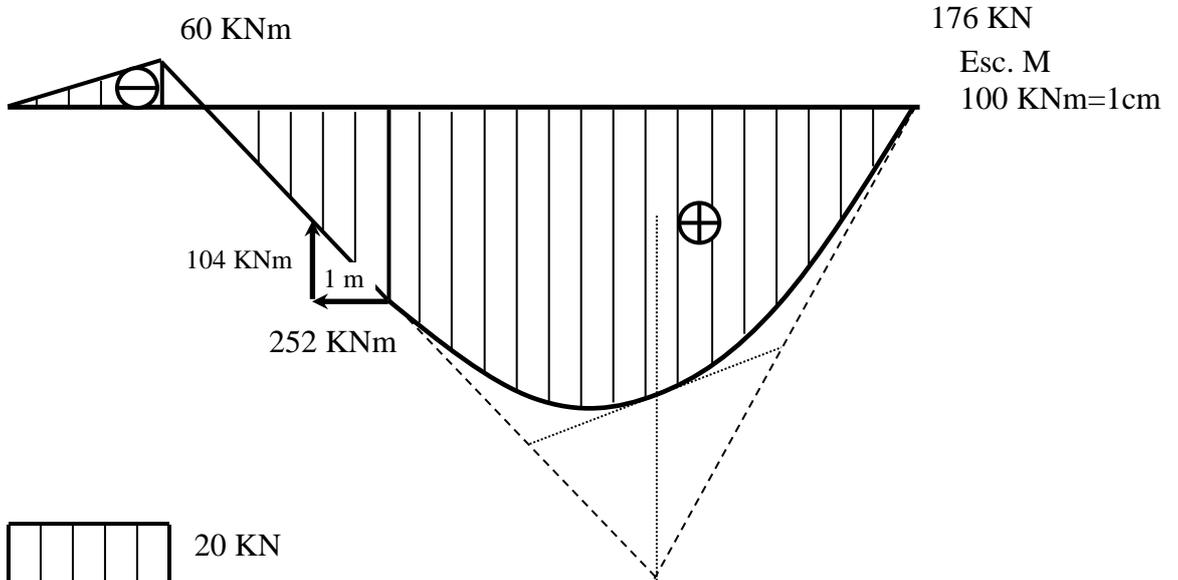
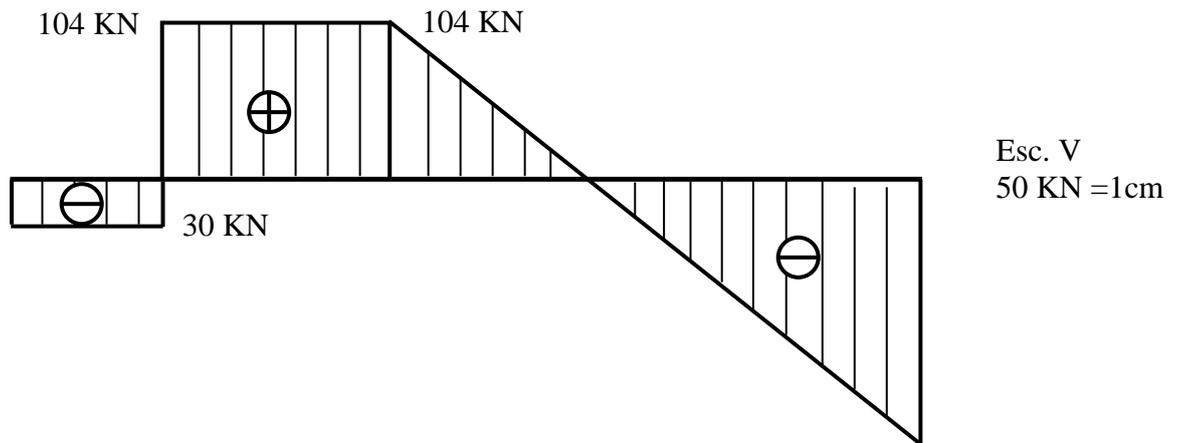
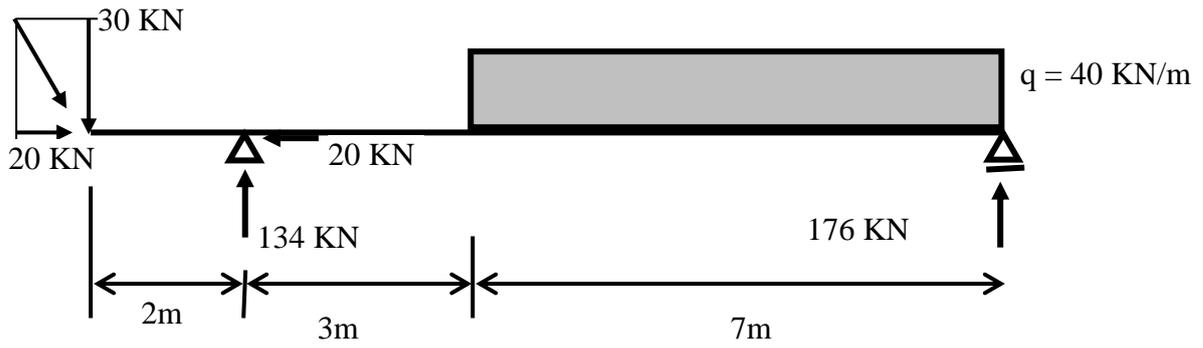


- V1 = 300 KN
- V2 = 100 KN
- V3 = 0
- V4 = -320 KN
- V5 = 180 KN
- V6 = 0
- M1 = 0
- M2 = 1000 KNm
- M3 = 1000 KNm
- M4 = -270 KNm
- M5 = -270 KNm
- M6 = 0



**Trazado de tangentes al diagrama de Momentos**



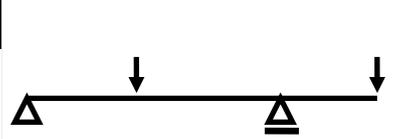
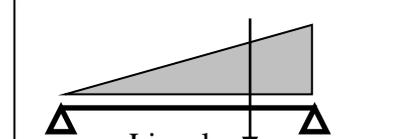
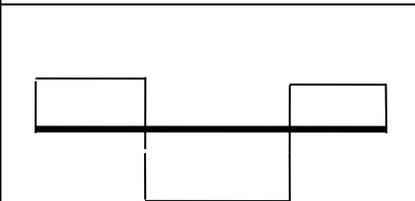
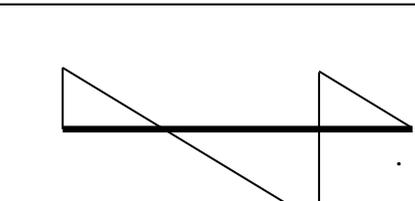
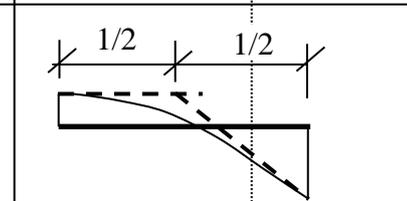
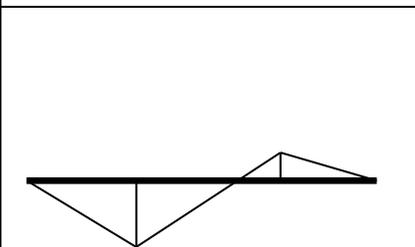
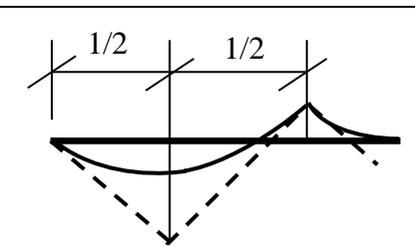
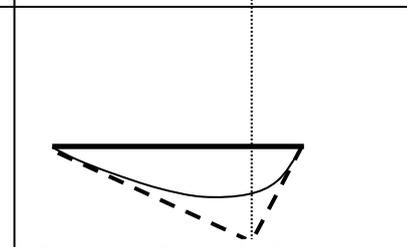


## Justificación del trazado del diagrama de V y M

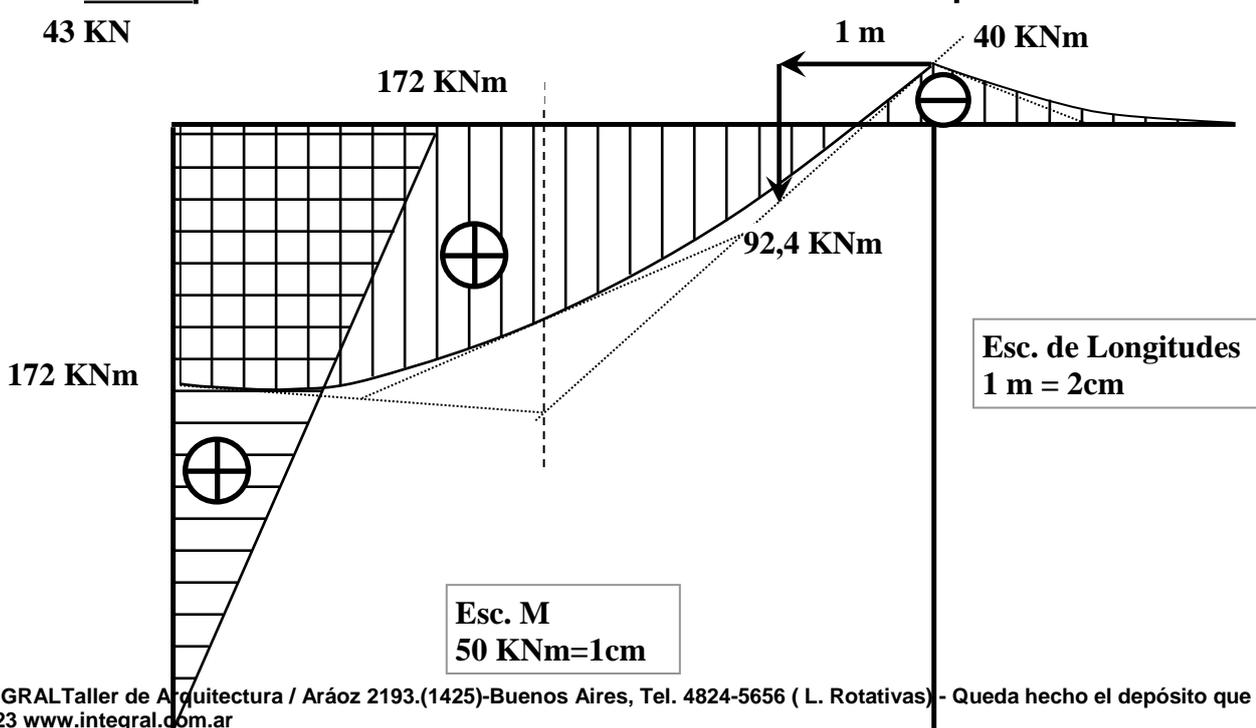
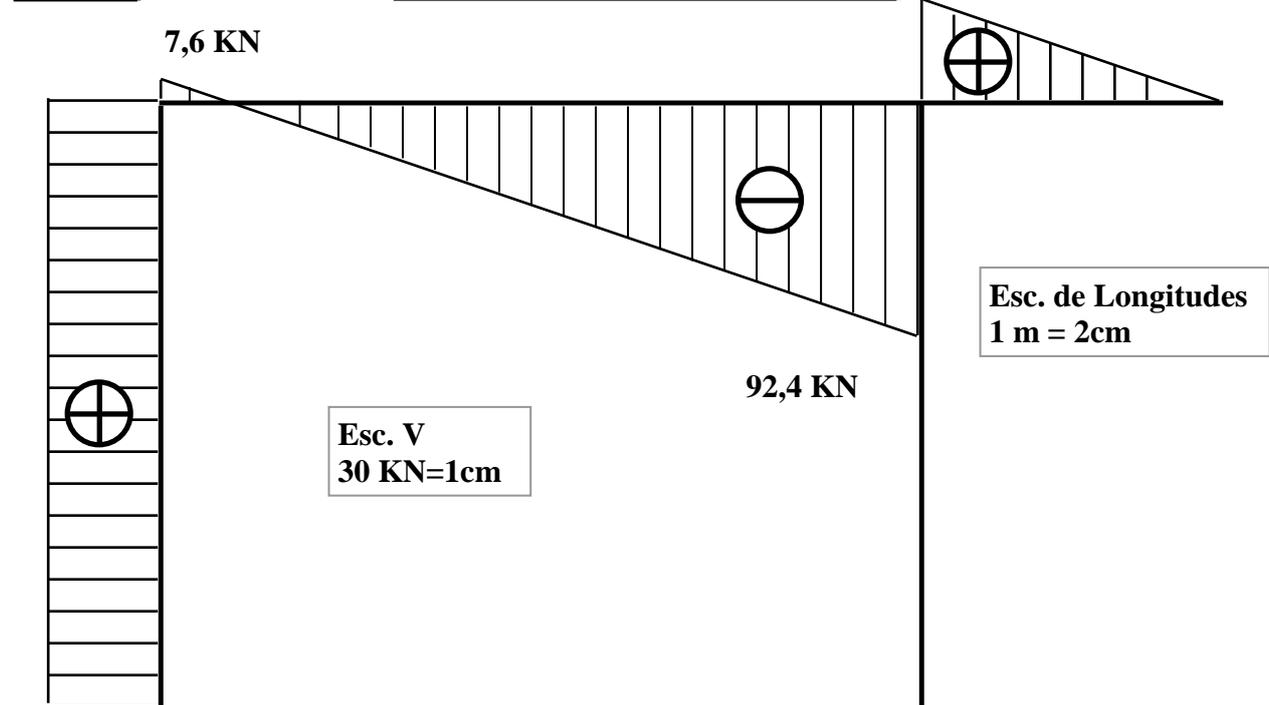
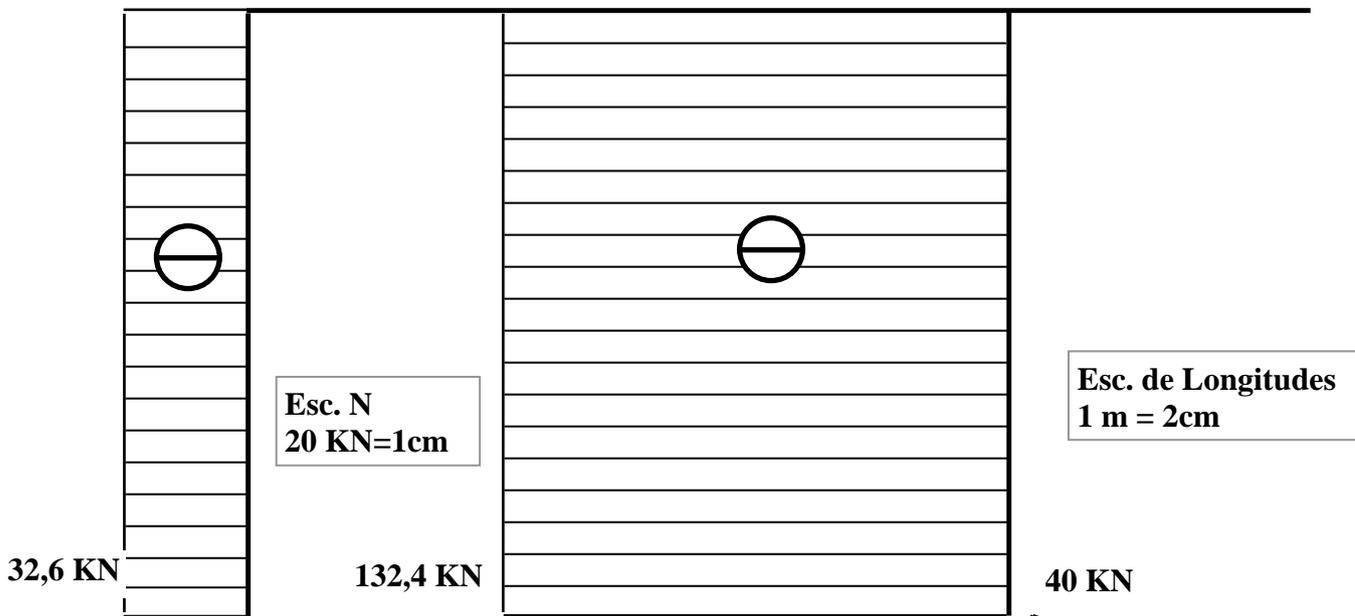
$$q \text{ ( carga distribuida )} = \frac{dV}{dx} \text{ ( derivada del Corte )}$$

$$V \text{ ( corte )} = \frac{dM}{dx} \text{ ( derivada del Momento )}$$

cero :	$y = 0$	← derivada
función constante :	$y = 6$	← derivada
función de 1° grado o lineal :	$y = 6 x$	← derivada
función de 2° grado :	$y = 3 x^2$	← derivada
función de 3° grado :	$y = x^3$	

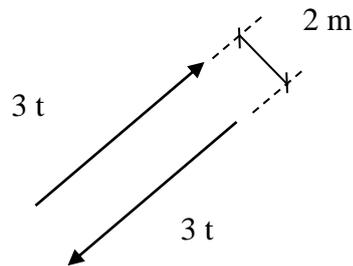
<b><u>Carga Distribuida</u></b>	 Cero (no hay carga distribuida)	 Constante	 Lineal
<b><u>Corte</u></b>	 Constante	 Lineal	 Curva de 2° grado (las tgs. se cortan en la mitad del tramo)
<b><u>Momento Flexor</u></b>	 Lineal	 Curva de 2° grado (las tgs. se cortan en la mitad del tramo)	 Curva de 3° grado (las tgs. se cortan en la resultante)





### Par de fuerzas o cupla

Un par de fuerzas está formado por dos fuerzas de igual intensidad, paralelas y de sentido contrario.



La intensidad de un par depende de la intensidad de las fuerzas y de la distancia que las separa. En el ejemplo anterior será:  $3 \text{ t} \times 2 \text{ m} = 6 \text{ tm}$ .

Este resultado se llama momento del par o cupla.

Además, si aplicáramos este par a un objeto, este giraría en sentido horario y por convención se le pone signo positivo. Caso contrario, obviamente sería negativo.



Un ejemplo es la llave cruz, usada para aflojar o ajustar tuercas.

Si suponemos que la persona de la foto hace una fuerza de 10 kg con cada mano y la distancia entre sus manos es 50 cm, el par o cupla vale  $10 \text{ kg} \times 50 \text{ cm} = 500 \text{ kgcm}$ .



Si 500 kgcm fuera el par que debe hacer para aflojar una tuerca, ¿qué pasaría si no tuviera esta llave cruz?. ¿Qué pasaría si tuviera otra llave más pequeña donde la distancia entre sus manos fuera 10 cm?

Para lograr el mismo par de 500 kgcm, debería hacer una fuerza de 50 kg, ya que  $50 \text{ kg} \times 10 \text{ cm} = 500 \text{ kgcm}$ .

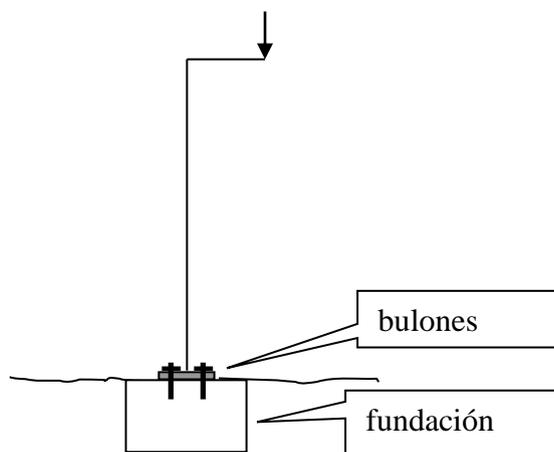
Esto nos lleva a la conclusión que la instrucción para aflojar la tuerca debería ser: aplicar un par de 500 kgcm, y la fuerza dependerá de la herramienta que se posea.

### Ejemplos de cuplas en estructuras

Un ejemplo sencillo es un pórtico formado por una columna y una ménsula que sostienen un peso que podría ser una luminaria o un cartel.

Si la base de esta estructura es un dado de hormigón, la forma de vincular el pórtico con la fundación podemos imaginarla formada con una placa metálica con bulones que unen el pórtico con la fundación.

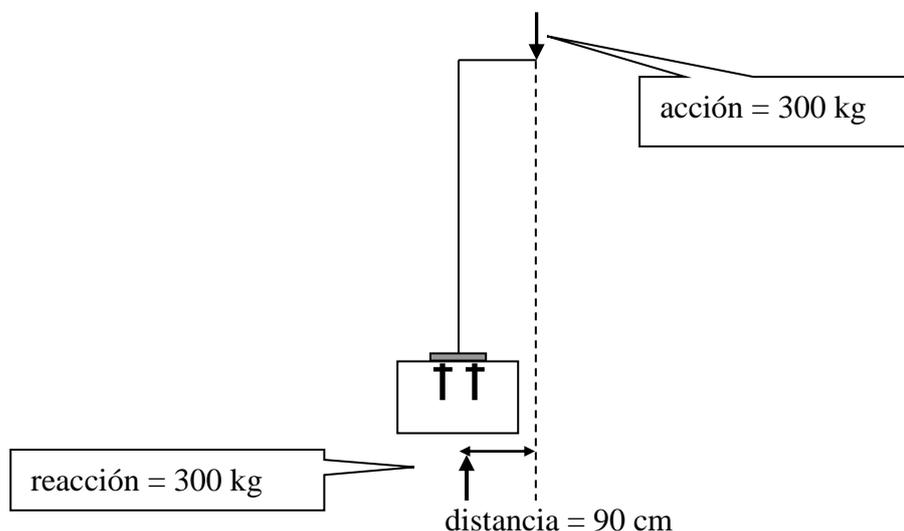
Este tipo de apoyo se llama empotramiento. Se dice que el pórtico está empotrado en la fundación.



La carga del pórtico producirá en la fundación una reacción igual y contraria:

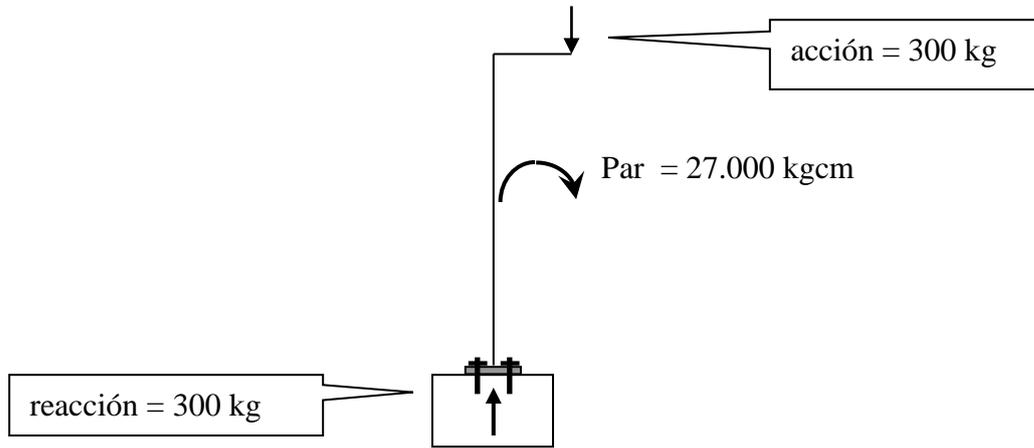
Entre la acción y la reacción hay una distancia y por lo tanto se genera una cupla. El valor de esta cupla es momento = fuerza por distancia.

Si suponemos que la acción vale 300 kg y la distancia 90 cm:

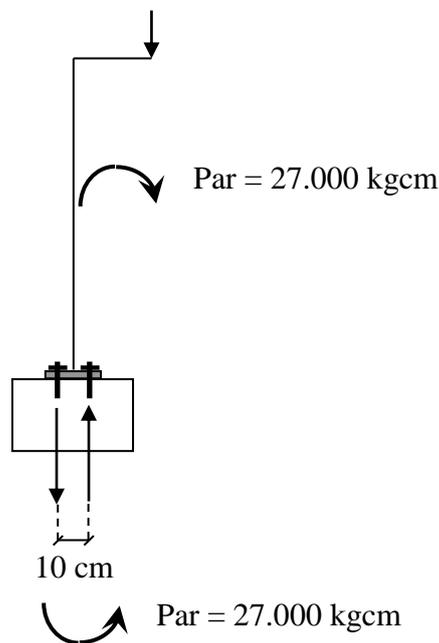


El valor de la cupla será: momento = 300 kg x 90 cm = 27.000 kgcm y girará en forma horaria.

Es un par que tiende a volcar el pórtico:



Para que la estructura esté en equilibrio, este par deberá ser anulado por otro par o cupla de igual valor pero de sentido contrario, es decir, que gire en forma anti-horaria. Este último par lo formarán dos fuerzas iguales y contrarias que se originan en cada bulón.

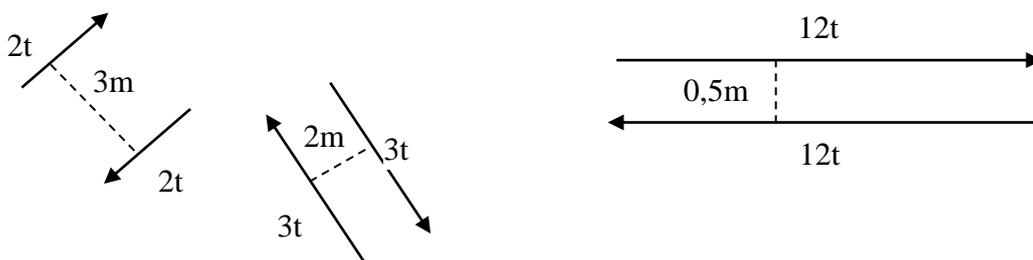


Los pares son frecuentes en las estructuras y a veces la forma en que nos los presentan es, por ejemplo:

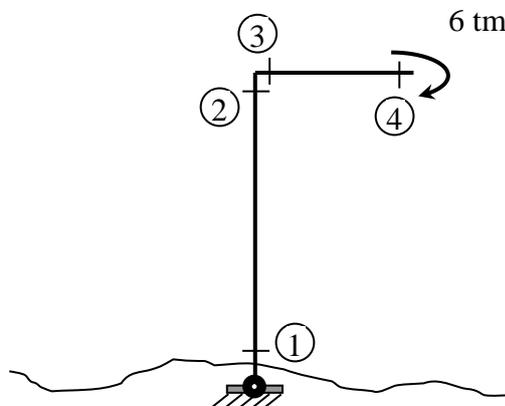
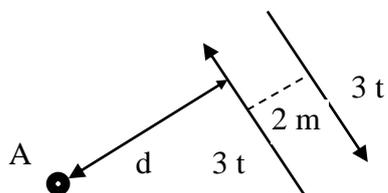


De manera que podemos imaginarlo formado por fuerzas y distancias de infinitas combinaciones, siempre que fuerza x distancia = 6 tm.

Ejemplo de **imágenes** de un par:

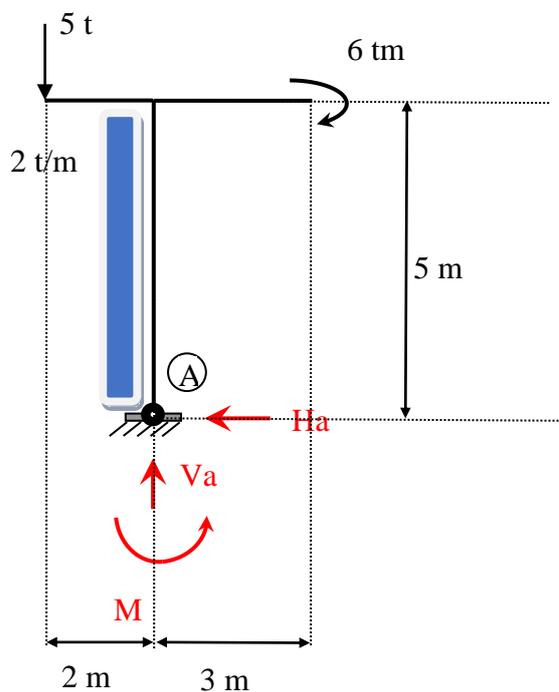


Para resolver estructuras que tengan pares, tendremos que calcular su momento respecto a un punto cualquiera. Supongamos una estructura cargada con un par positivo de 6 tm empotrada en el terreno. Representemos a este par con dos fuerzas de 3 t separadas a una distancia de 2 m y calculemos su momento respecto a los puntos A, B, C y D



Momentos en A:  $3 t \times (2 m + d) - 3 t \times d = 3 t \times 2 m + 3 t \times d - 3 t \times d = 6 tm$

Conclusión: cualquiera que sea el punto, el resultado será siempre 6 tm y positivo, sin importar la distancia a la que se encuentre este punto.

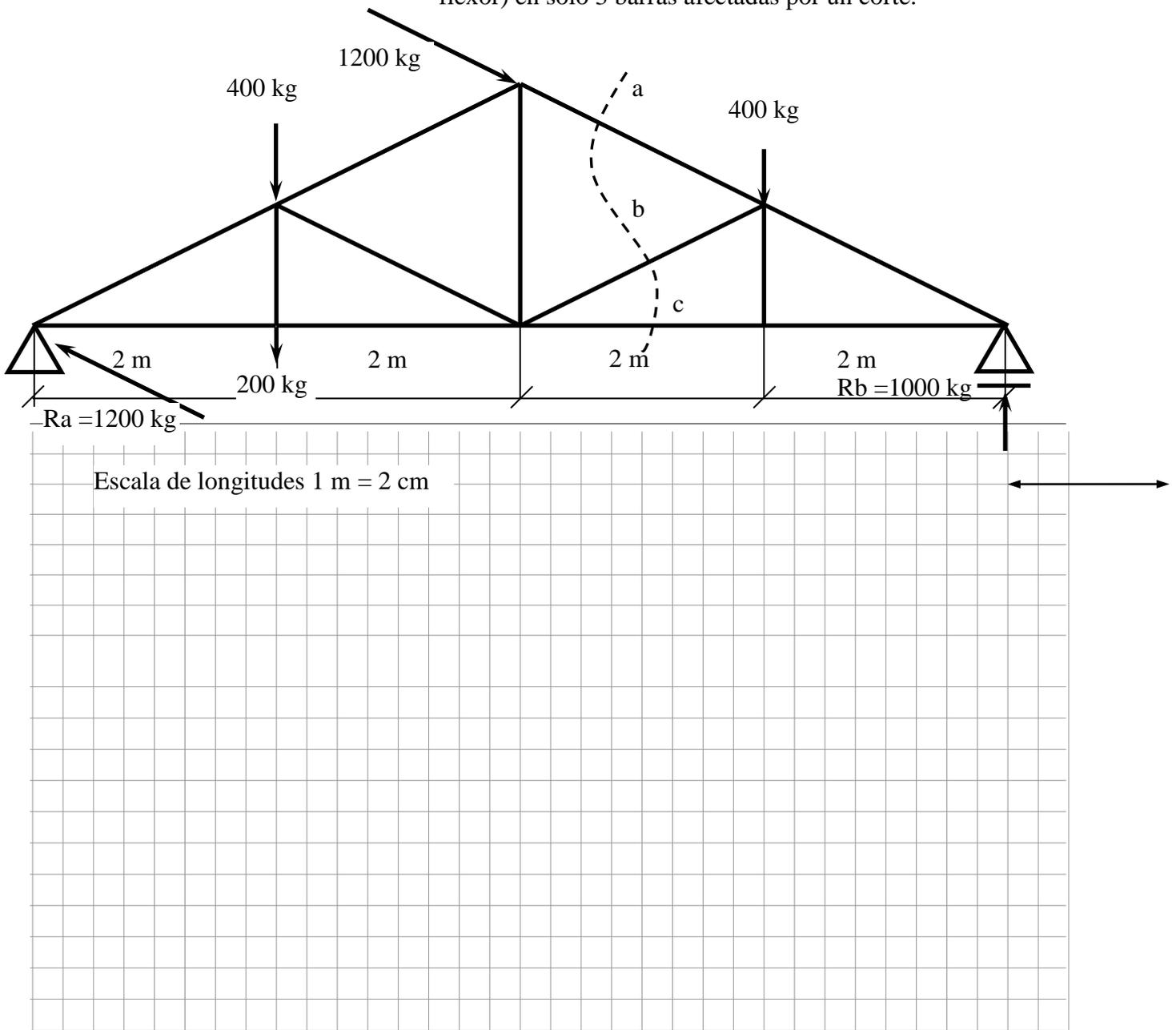


$\Sigma \text{Proy } x = 0$  (fuerzas horizontales)

$\Sigma \text{Proy } y = 0$  (fuerzas verticales)

$\Sigma \text{Momentos} = 0$

**Método de Cullmann** : es un método gráfico para resolver los esfuerzos de tracción o compresión (o sea, no hay esfuerzo de corte, ni momento flexor) en solo 3 barras afectadas por un corte.



**Pasos :**

- 1) Hallar reacciones de vínculo (resuelto en pág. 23). También se pueden sacar analíticamente.
- 2) Hallar la resultante de las fuerzas que están a la izquierda o a la derecha del corte.
- 3) Trazar la recta auxiliar → necesito 2 puntos → para ubicarlos tengo los siguientes datos:

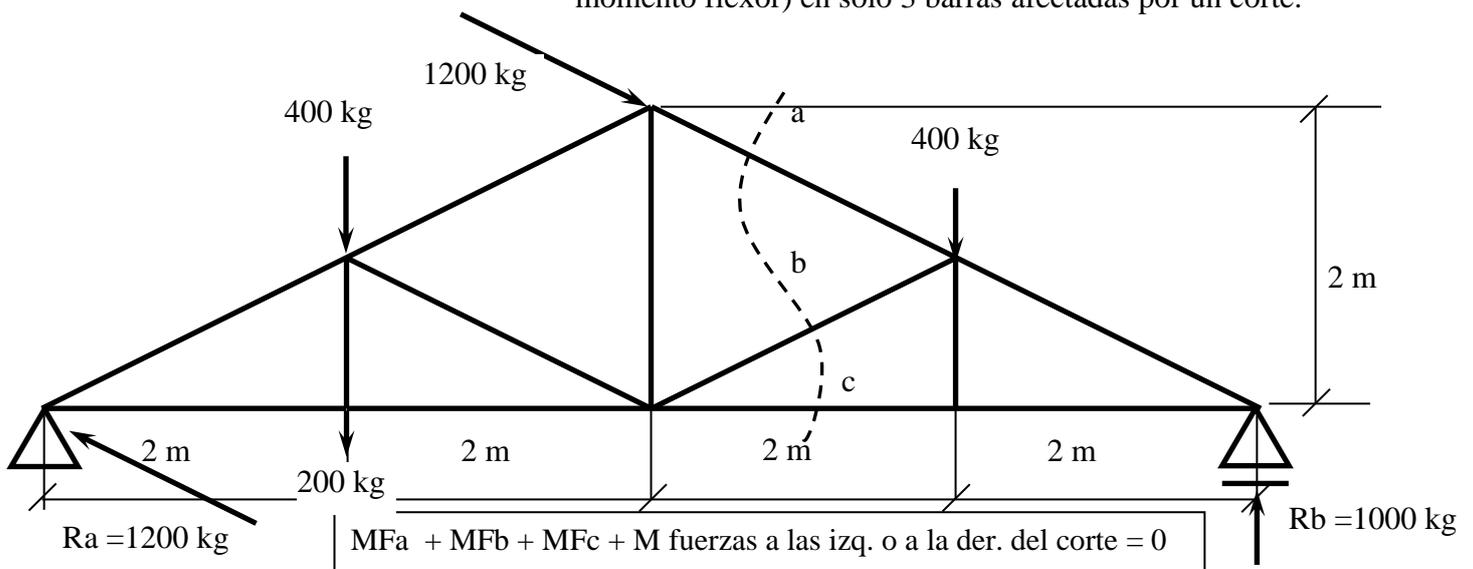
{ dirección a  
 dirección b  
 dirección c  
 dirección R

Equilibrar a R → en la auxiliar → descomponer la aux. en las dos direcciones restantes  
 → y en la dirección que se corta con la auxiliar y con R

- 4) Dibujar las flechas del mismo lado que la resultante. Esto representa la reacción de la barra.



**Método de Ritter** : es un método gráfico numérico para resolver los esfuerzos de tracción o compresión (o sea, no hay esfuerzo de corte, ni momento flexor) en sólo 3 barras afectadas por un corte.



Pasos :

- 1) Hallar reacciones de vínculo. Se pueden hallar gráfica o analíticamente.
- 2) Determinar el punto donde se cortan las direcciones a y b. Llamar C a este punto.  
Determinar el punto donde se cortan las direcciones b y c. Llamar A a este punto.  
Determinar el punto donde se cortan las direcciones a y c. Llamar B a este punto.
- 3) Elegir las fuerzas que están a la izq. o a la der. del corte. (Conviene donde haya menos fuerzas; en este caso a la derecha, porque sólo hay dos: la carga de 400 kg y Rb de 1000 kg)
- 4) Suponer los sentidos de las fuerzas Fa, Fb, Fc y dibujarlos en el lado elegido. (en este caso, a la derecha del corte).
- 5) Plantear la ecuación de momentos:

**$MFa + MFb + MFc + M \text{ fuerzas a la izq. o a la der. del corte} = 0$**  respecto al punto A.

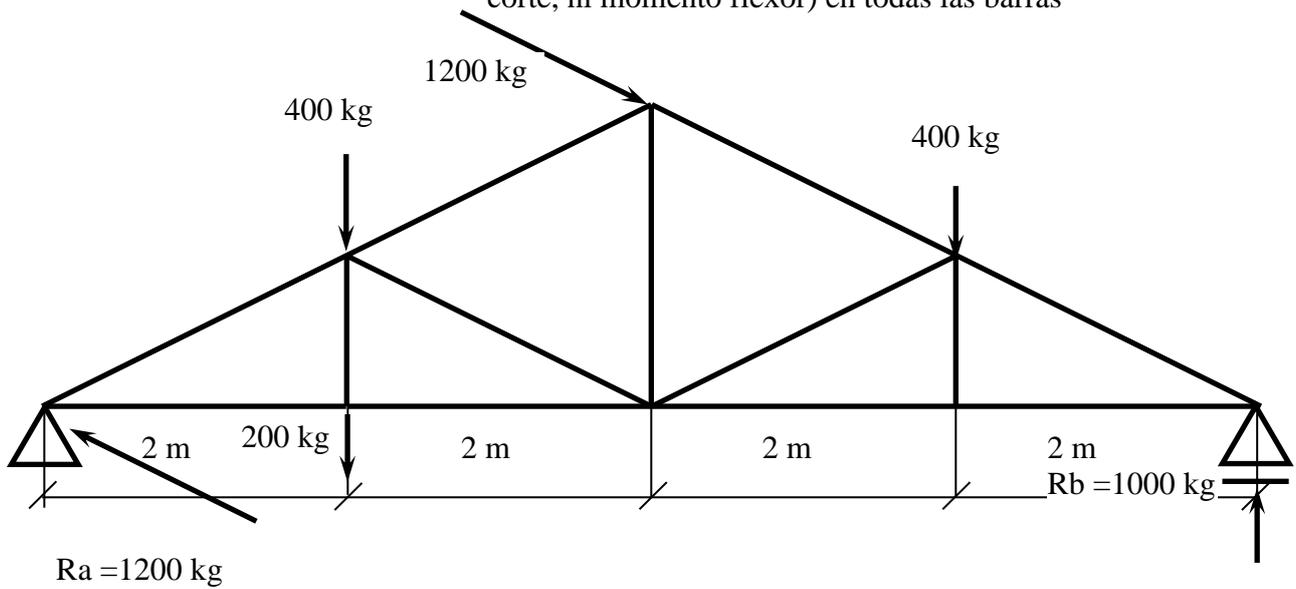
Por Equilibrio la suma de estos momentos debe ser igual a cero.

Si al despejar la fuerza, resulta +, quiere decir que estaba bien el sentido supuesto en 4. Si da - estaba mal supuesto. Repetir la ecuación respecto a los puntos B y C.

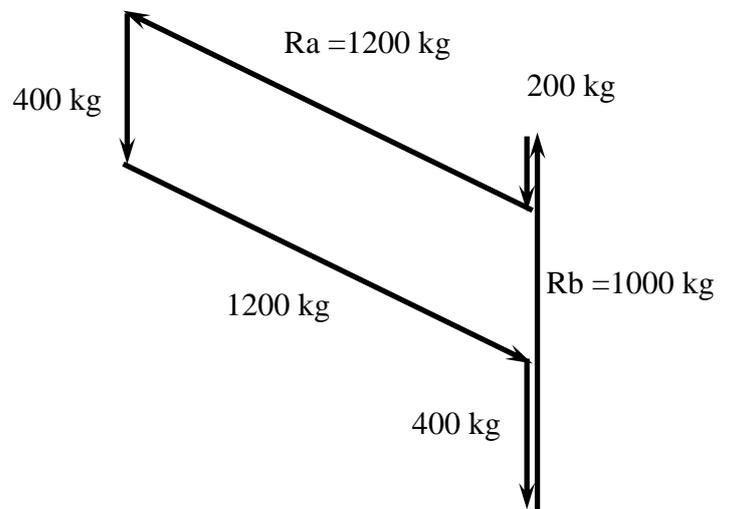
Los esfuerzos obtenidos son los internos:



Método de Cremona - Notación de Bow es un método gráfico para resolver los esfuerzos de tracción o compresión (o sea, no hay esfuerzo de corte, ni momento flexor) en todas las barras



Escala 200 kg = 1 cm

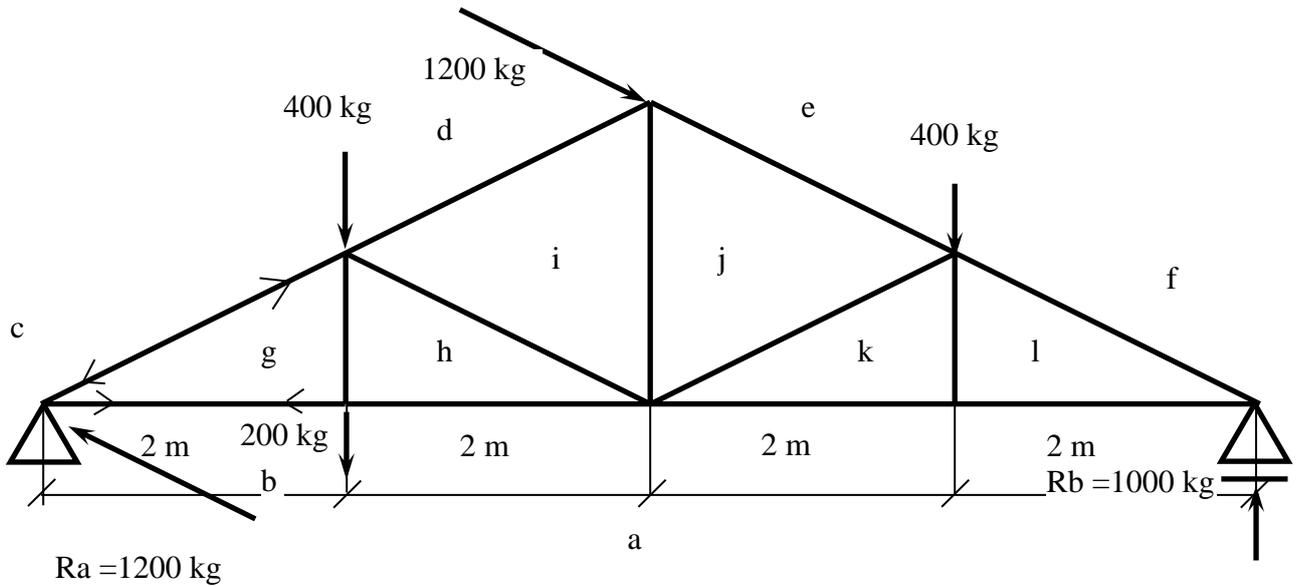


Pasos :

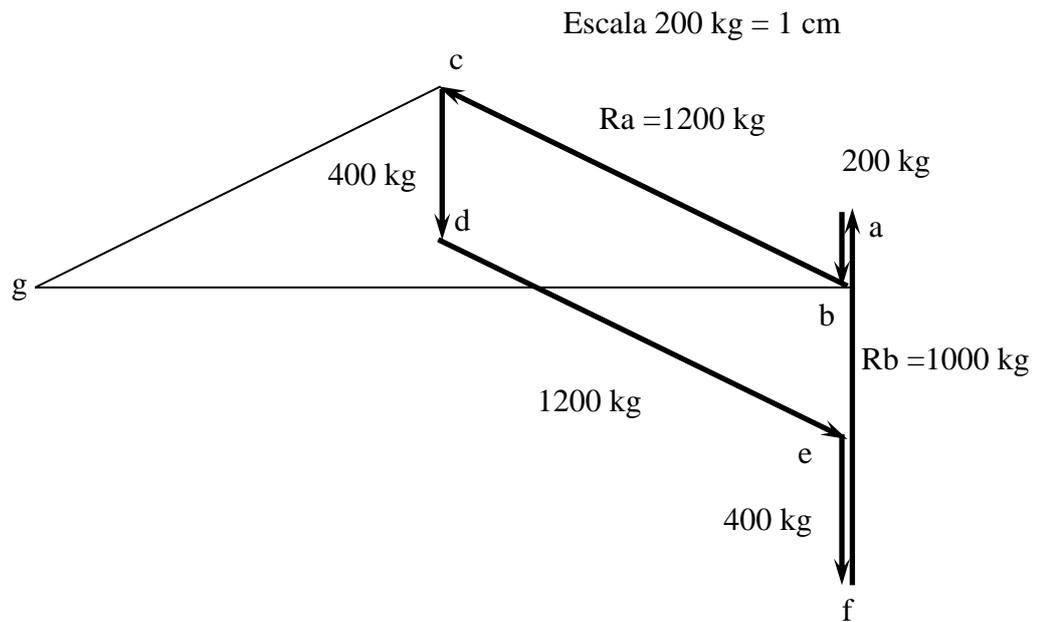
- 1) Reacciones de vínculo ( resuelto en pág. 23 ). También se pueden sacar analíticamente.
- 2) Elegir sentido de recorrido y construir un polígono de fuerzas llevando cargas y reacciones en el orden que establece el sentido adoptado.
- 3) Colocar letras en todos los “campos” y cambiar la denominación de las fuerzas según Bow.
- 4) Tomar un nudo al que concurran solo 2 barras y recorrerlo según el sentido de recorrido adoptado en el paso 2.



Método de Cremona - Notación de Bow (continuación)



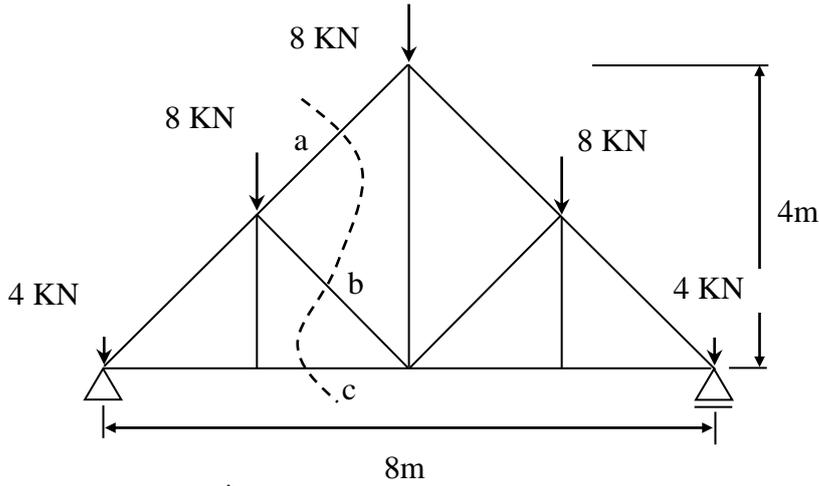
cg = 1200 kg (compresión)  
 gb = 2200 kg (tracción)



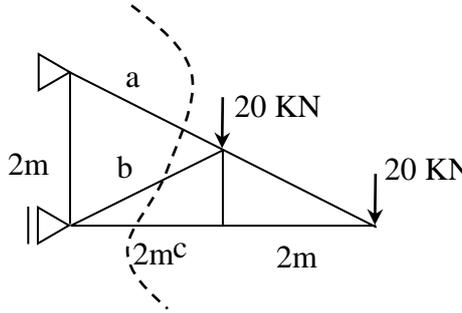
Se comenzó recorriendo en el sentido horario elegido el nudo del apoyo izquierdo. Los esfuerzos desconocidos eran los de las barras cg y gb. Para hallarlos en el polígono de fuerzas se trazó una paralela a cg por c y una paralela a gb por b; donde se cortan ambas paralelas está el punto g. El esfuerzo se halla midiendo en escala de fuerzas cg gb en el polígono de fuerzas. Para los sentidos hay que hacer este razonamiento: como la 1ra. barra se llama cg, en el polígono de fuerzas hay que imaginarse que vamos de c hacia g, y ese sentido es el de la flecha que va “pegada” al nudo. En la barra gb, vamos de g hacia b.



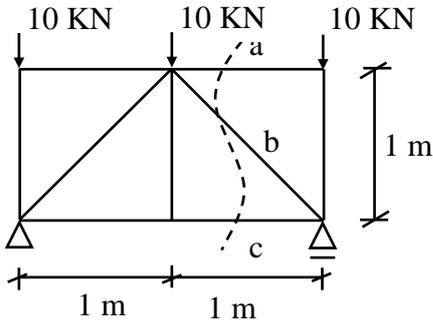
**Hallar los esfuerzos en a, b y c por Ritter**



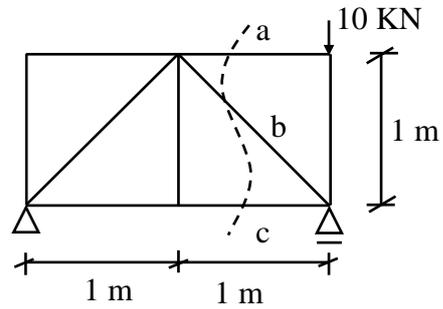
Pa = 11,31 kN compresión  
 Pb = 5,70 kN compresión  
 Pc = 12 kN tracción



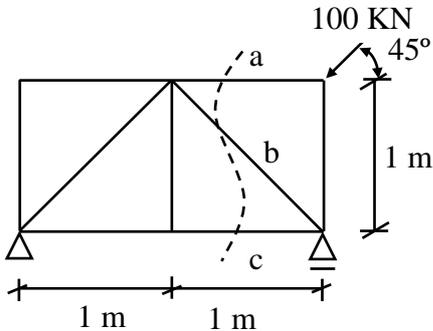
Pa = 67 kN tracción  
 Pb = 22 kN compresión  
 Pc = 40 kN compresión



Pa = 0  
 Pb = 7 kN compresión  
 Pc = 5 kN tracción



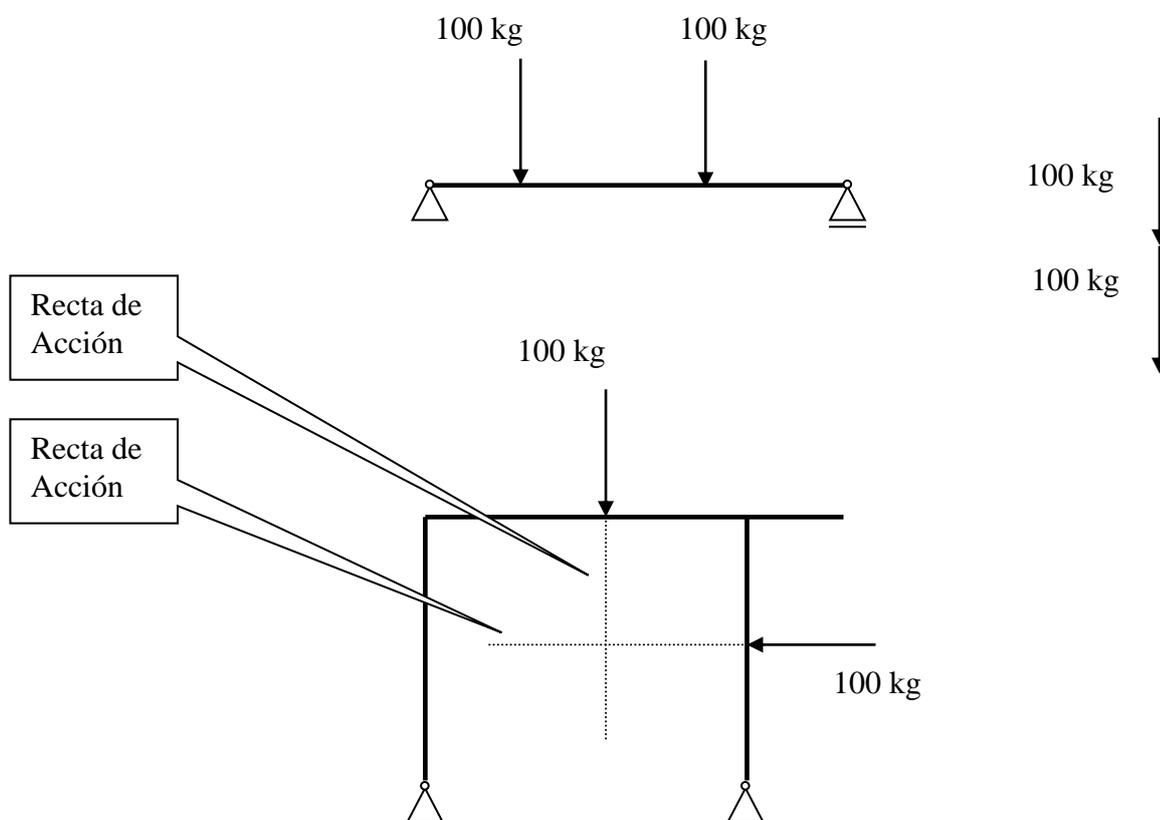
Pa = 0  
 Pb = 0  
 Pc = 0



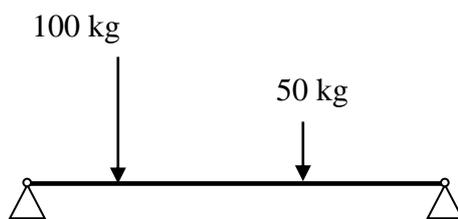
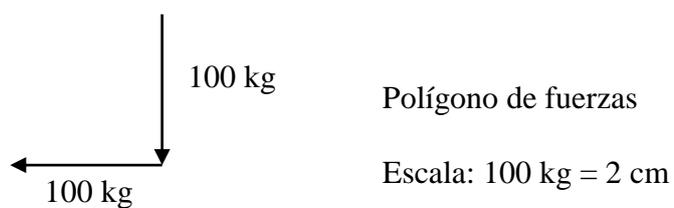
Pa = 70,7 kN compresión  
 Pb = 50 kN tracción  
 Pc = 35,3 kN compresión



**Composición de fuerzas gráficamente** (hallar la resultante)

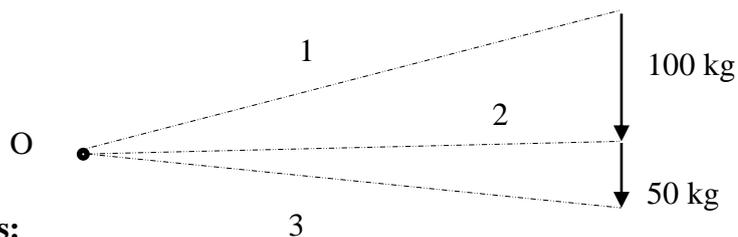


**Sentido de la Resultante:** desde el origen de la primera fuerza hacia el extremo de la última



En cualquier lugar ubicamos un punto O que se llamará polo y unimos O con los extremos de las fuerzas, obteniendo los rayos polares.

Polígono de fuerzas

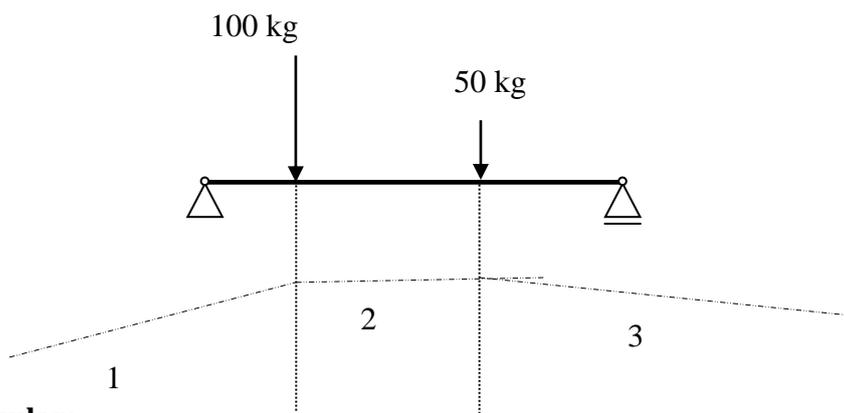


### Numeración de los rayos polares:

Rayo 1: es el que sale del comienzo de la fuerza 1

Rayo 2: es el que sale del comienzo de la fuerza 2

Rayo 3: es el final de la fuerza 2



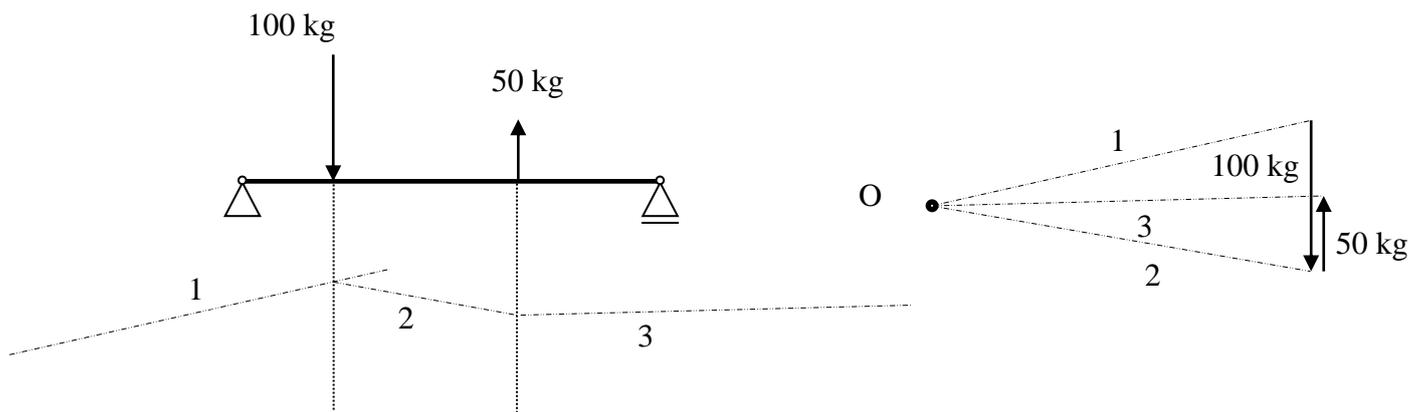
### Construcción del polígono funicular:

En cualquier lugar, se traza una paralela al rayo 1 hasta cortar la recta de acción de la fuerza 1.

A continuación, se traza una paralela al rayo 2 hasta cortar la recta de acción de la fuerza 2.

A continuación, se traza una paralela al rayo 3

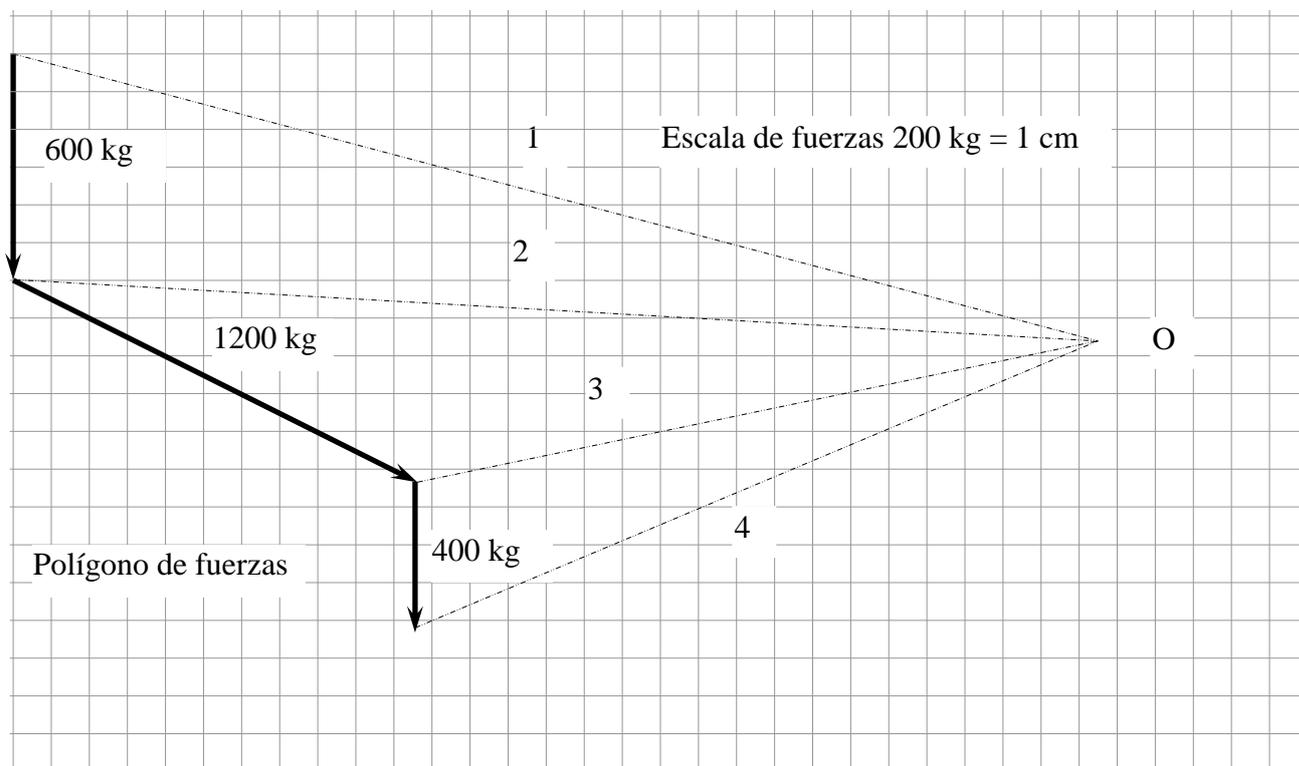
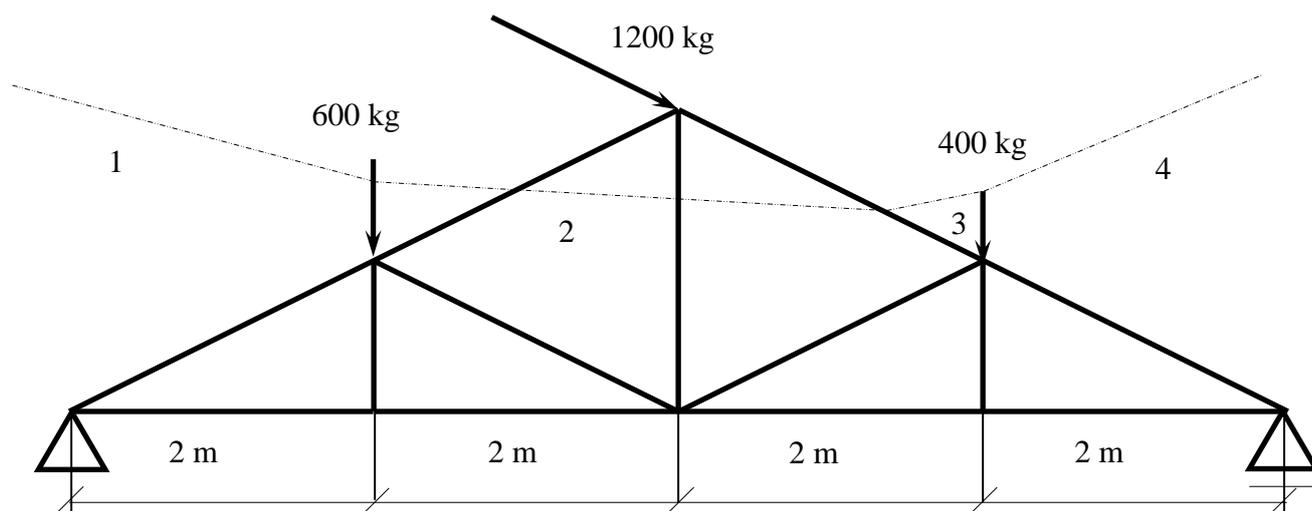
Donde se cortan el primero y el último de los lados (en este caso el 1 y el 3), pasa **la recta de acción** de la resultante. (la flecha que representa a la resultante se puede dibujar en cualquier lugar sobre esta recta de acción)



Conclusión al sumar dos fuerzas paralelas:

Si tienen el mismo sentido, la resultante cae entre las dos y está más cerca de la mayor.

Si tienen sentidos contrarios, la resultante cae "afuera", del lado de la mayor y tiene su sentido.



**Sentido de la Resultante:** desde el origen de la primera fuerza hacia el extremo de la última

**Numeración de los rayos polares:**

Rayo 1: es el que sale del comienzo de la fuerza 1

Rayo 2: es el que sale del comienzo de la fuerza 2

Rayo 3: es el que sale del comienzo de la fuerza 3

**Construcción del polígono funicular:**

En cualquier lugar, se traza una paralela al rayo 1 hasta cortar la recta de acción de la fuerza 1.

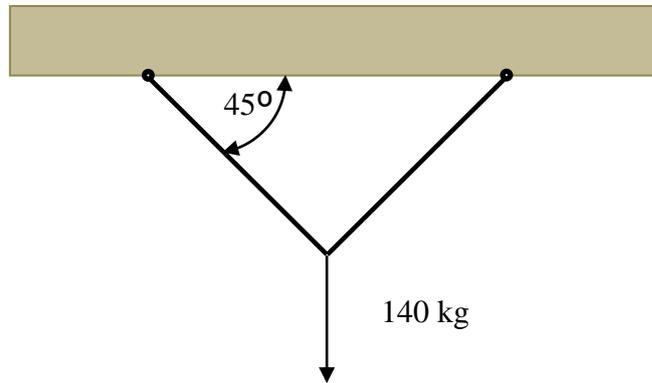
A continuación, se traza una paralela al rayo 2 hasta cortar la recta de acción de la fuerza 2.

A continuación, se traza una paralela al rayo 3 hasta cortar la recta de acción de la fuerza 3.

A continuación, se traza una paralela al rayo 4.

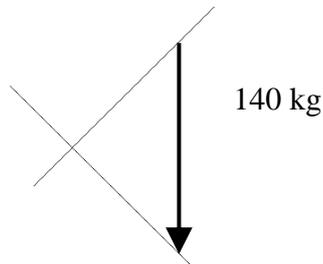
Donde se cortan el primero y el último de los lados (en este caso el 1 y el 4), pasa la recta de acción de la resultante.

**Descomposición de fuerzas gráficamente**

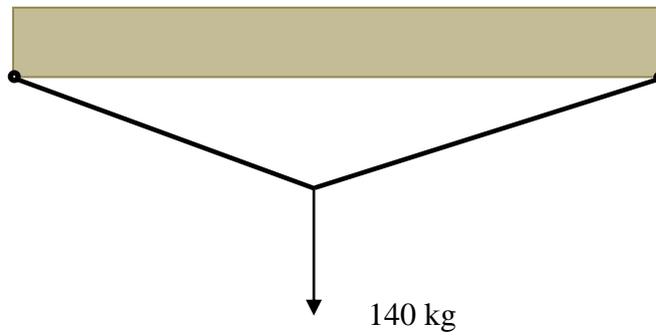


Polígono de fuerzas

Escala 100 kg = 2 cm

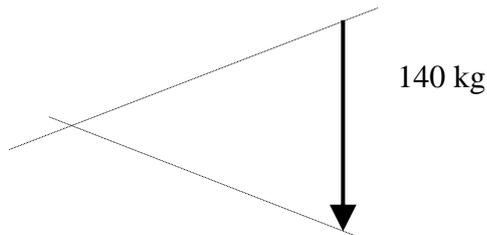


Sentido de las componentes:



Polígono de fuerzas

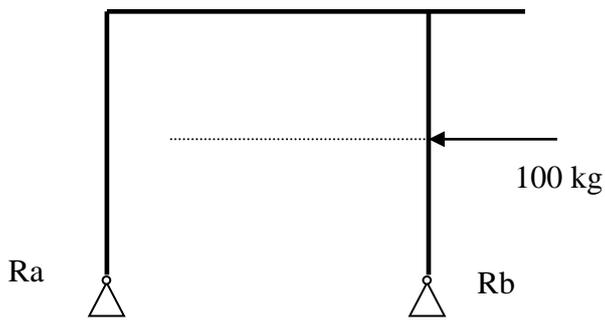
Escala 100 kg = 2 cm





### Hallar las reacciones de vínculo gráficamente:

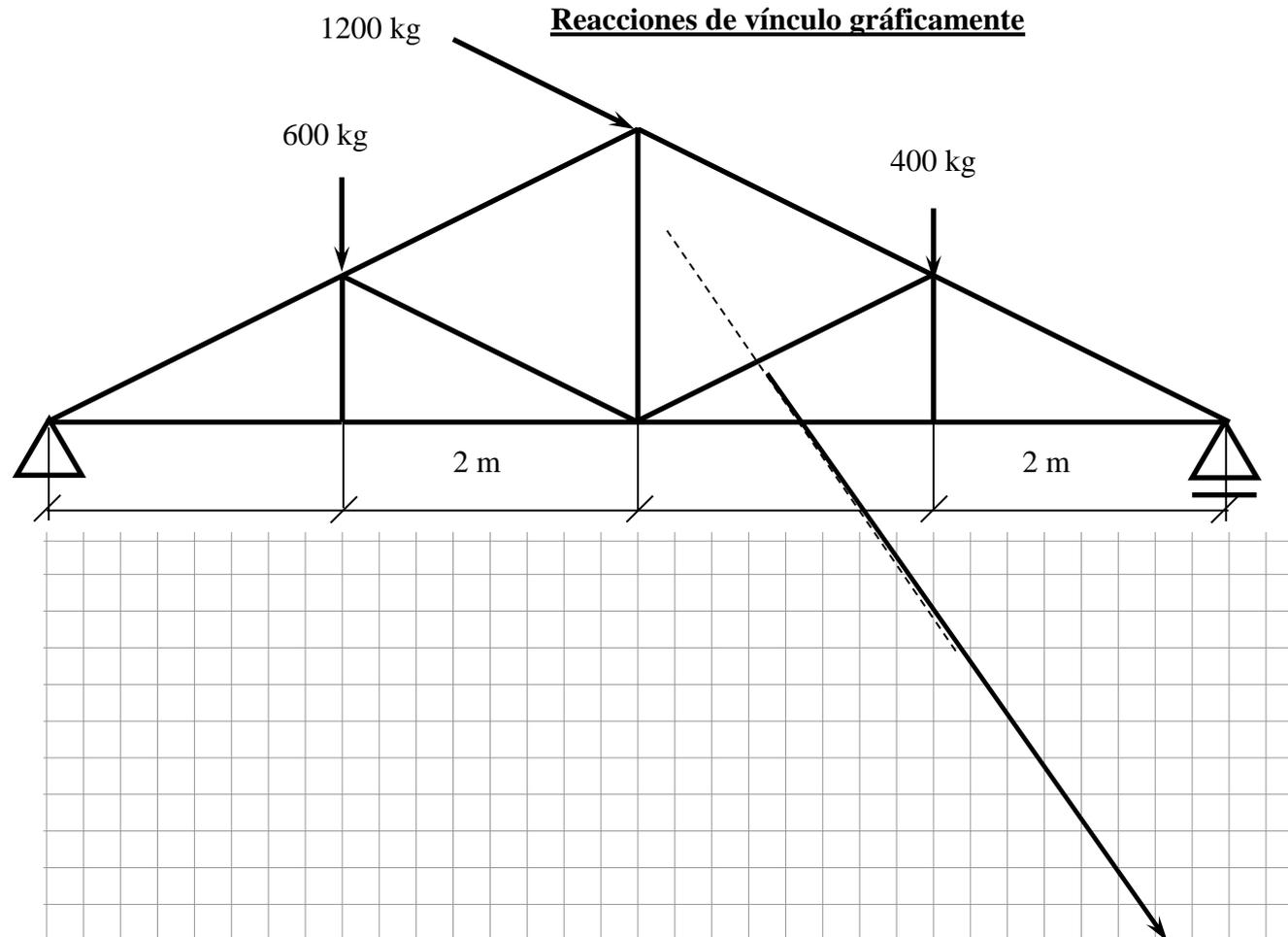
Para que 3 fuerzas estén en equilibrio, es necesario que sus 3 rectas de acción se corten **en el mismo punto.** Además, deben formar un polígono cerrado. Como son 3 fuerzas, el polígono será un triángulo y los sentidos de las fuerzas deberán formar un circuito.



$100 \text{ kg}$

Escala de fuerzas  $25 \text{ kg} = 1 \text{ cm}$



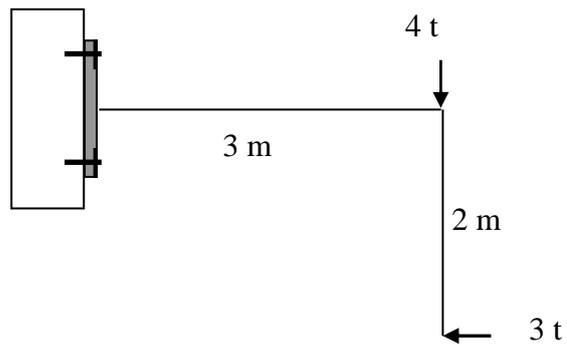
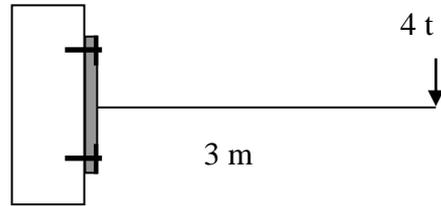
**Reacciones de vínculo gráficamente**

R = 1900 kg  
Escala 200 kg = 1 cm

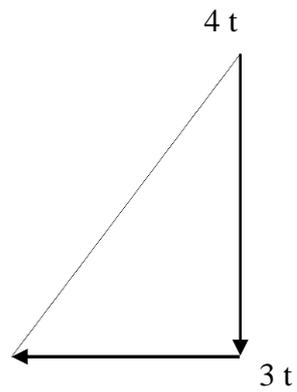
Para que 3 fuerzas estén en equilibrio, es necesario que sus 3 rectas de acción se corten en el mismo punto. Además, deben formar un polígono cerrado. Como son 3 fuerzas, el polígono será un triángulo y los sentidos de las fuerzas deberán formar un circuito.



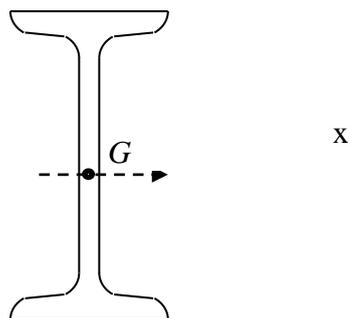
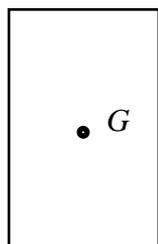
**Ejemplos de pares en estructuras:** la reacción de vínculo en un empotramiento



Escala de fuerzas: 1 t = 1 cm



### Baricentro



### Momento estático

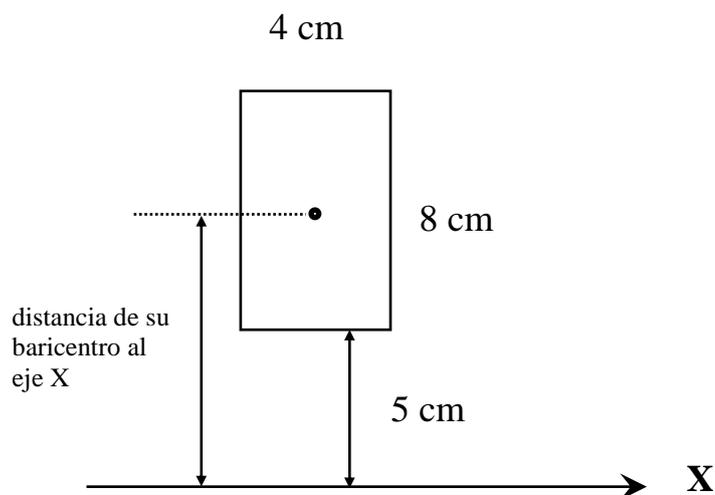
El Momento estático  $Q_x$  es una herramienta que tiene múltiples aplicaciones. En el caso que vamos a ver servirá para hallar el baricentro de una sección.

$Q_x$  se calcula multiplicando el área de una figura por la distancia de su baricentro al eje  $x$ .

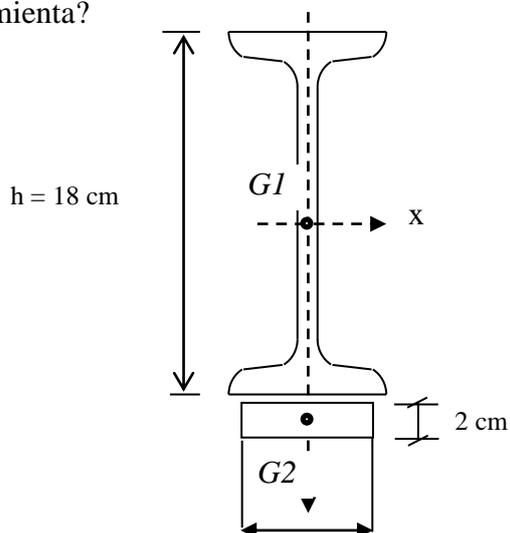
Ejemplo: área =  $4 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$

distancia de su baricentro al eje  $X = 9 \text{ cm}$

$Q_x = 32 \text{ cm}^2 \times 9 \text{ cm} = 288 \text{ cm}^3$



¿Cómo hallar el baricentro de una figura usando esta herramienta?



Comenzamos ubicando un eje u en cualquier lugar. Conviene uno que sea cómodo para conocer las distancias

El momento estático del perfil y del rectángulo por separado será:

$$Q_u (\text{perfil}) = 27,8 \text{ cm}^2 \times 9 \text{ cm} = 250 \text{ cm}^3$$

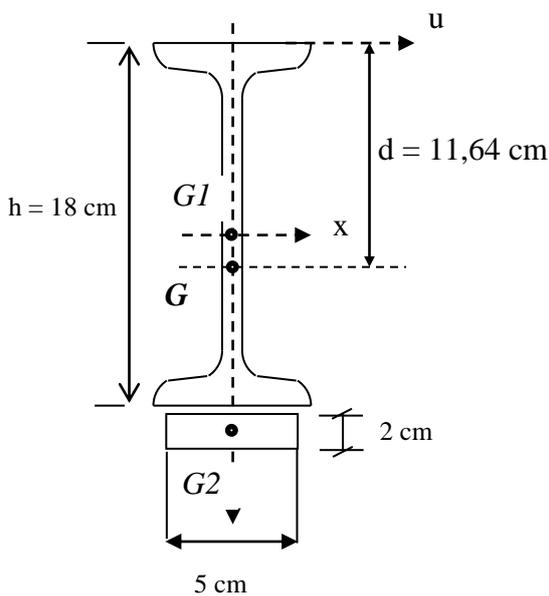
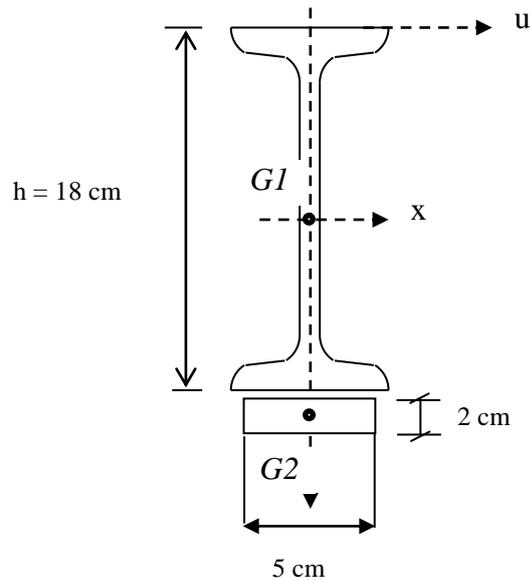
$$Q_u (\text{rectángl.}) = 10 \text{ cm}^2 \times 19 \text{ cm} = 190 \text{ cm}^3$$

$$Q_u (\text{total}) = 250 \text{ cm}^3 + 190 \text{ cm}^3 = 440 \text{ cm}^3$$

Si conociéramos la distancia d del baricentro G de la figura compuesta por el perfil y el rectángulo hasta el eje u, el momento estático total podríamos calcularlo:

$$Q_u = \underbrace{(27,8 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2)}_{\text{área total}} \times d = 440 \text{ cm}^3$$

$$\text{despejando: } d = \frac{440 \text{ cm}^3}{37,8 \text{ cm}^2} = 11,64 \text{ cm}$$



Del ejemplo anterior podríamos obtener una fórmula para usar en otros ejemplos:

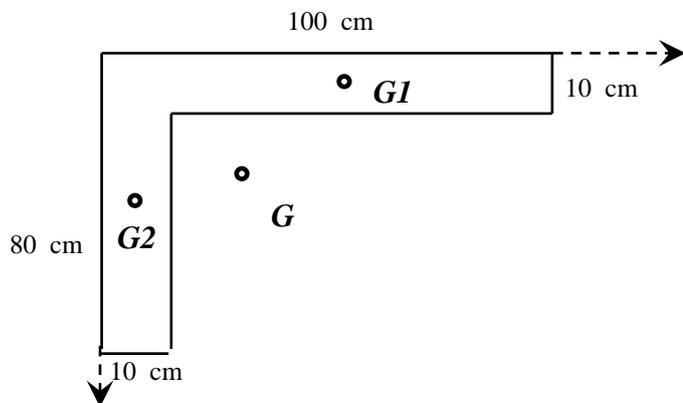
d (distancia del baricentro a un eje cualquiera)

$$d = \frac{\text{Área de c/ figura} \times \text{dist. de c/ baricentro al eje cualquiera (d}_i)}{\text{Suma de las áreas}}$$

Expresado matemáticamente:

$$d = \frac{\sum (A_i \times d_i)}{\sum A_i}$$

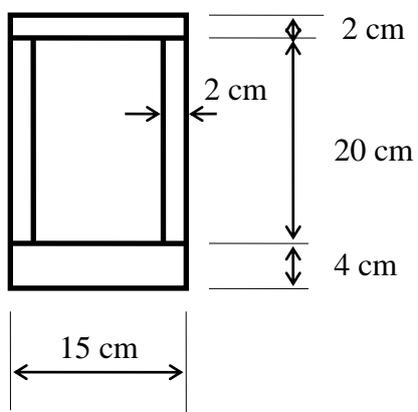
En caso de tener una figura asimétrica, necesitaremos plantear la ecuación dos veces:



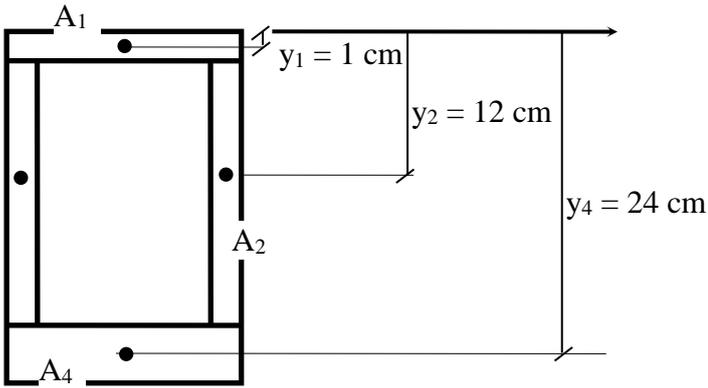
$$x = \frac{\sum(A_i \cdot x_i)}{\sum A_i}$$

$$y = \frac{\sum(A_i \cdot y_i)}{\sum A_i}$$

### Ejemplo 2.



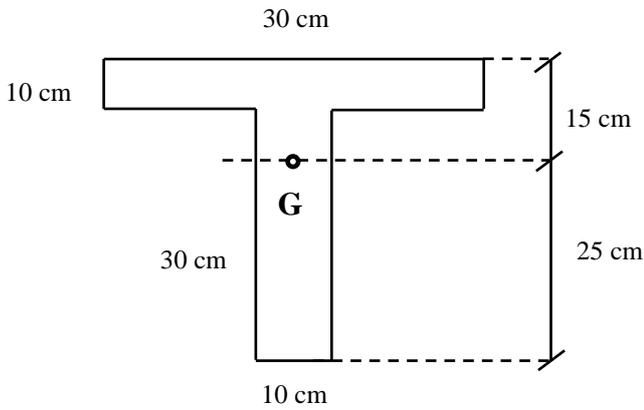
Solución:



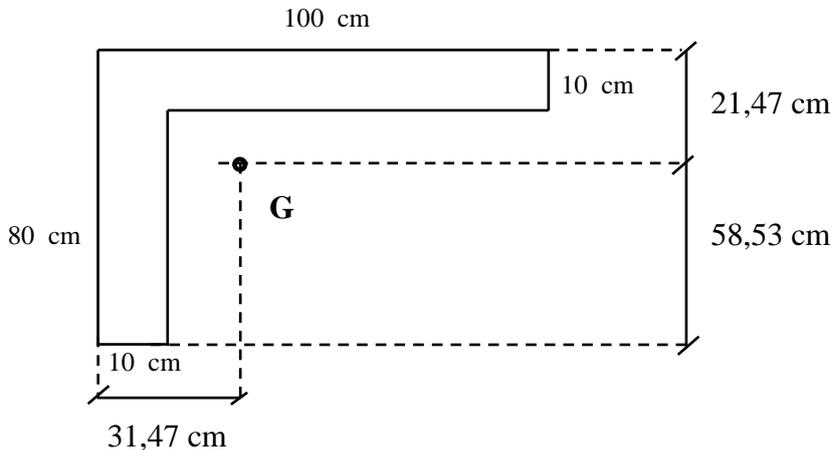
$$\begin{array}{ll}
 A_1 = 2 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^2 & y_1 = 1 \text{ cm} \\
 A_2 = 2 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}^2 & y_2 = 12 \text{ cm} \\
 A_3 = 2 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}^2 & y_3 = 12 \text{ cm} \\
 A_4 = 4 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2 & y_4 = 24 \text{ cm}
 \end{array}$$

$$y_G = \frac{\sum (A_i \cdot y_i)}{\sum A_i} = \frac{30 \text{ cm}^2 \cdot 1 \text{ cm} + 40 \text{ cm}^2 \cdot 12 \text{ cm} + 40 \text{ cm}^2 \cdot 12 \text{ cm} + 60 \text{ cm}^2 \cdot 24 \text{ cm}}{30 \text{ cm}^2 + 40 \text{ cm}^2 + 40 \text{ cm}^2 + 60 \text{ cm}^2} = 14,3 \text{ cm}$$

Ejemplo 3.



Ejemplo 4.



## Definiciones de:

### Definición de A (área o superficie )

$$A = dA + dA + dA + \dots$$

O sea, es la suma de todos los puntos. Se escribe:

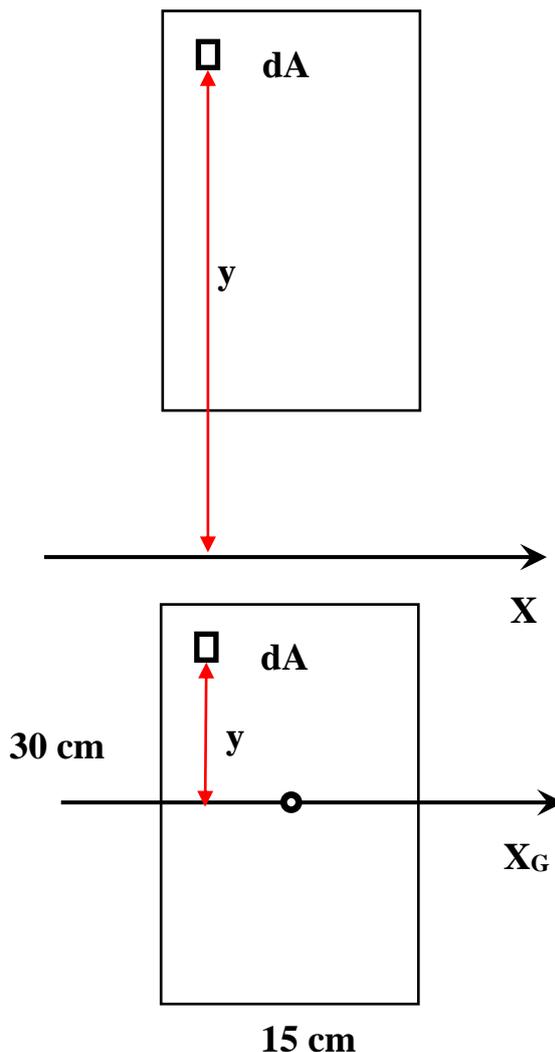
$$A \text{ (área o superficie )} = \int dA$$

$$I_x \text{ (momento de inercia )} = y^2 \cdot dA + y^2 \cdot dA + y^2 \cdot dA + \dots$$

$$I_x \text{ (momento de inercia respecto a x )} = \int y^2 \cdot dA$$

Si el eje pasa por el baricentro, la solución de esta integral  $I_{x_G}$  para un rectángulo es  $I_{x_G} = \frac{b \cdot h^3}{12}$

$$I_{x_G} = \frac{15 \text{ cm} \cdot (30 \text{ cm})^3}{12} = 33750 \text{ cm}^4$$



Si no pasa por el baricentro, se puede resolver con el teorema de Steiner.

### Teorema de Steiner

El momento de inercia de **una figura** respecto a un **eje cualquiera** (en este caso X)

es igual

al momento de inercia respecto a un eje paralelo al **eje cualquiera** y que pase por el **baricentro** de la figura ( $\frac{bh^3}{12}$  para rectángulo ó tabla para perfil)

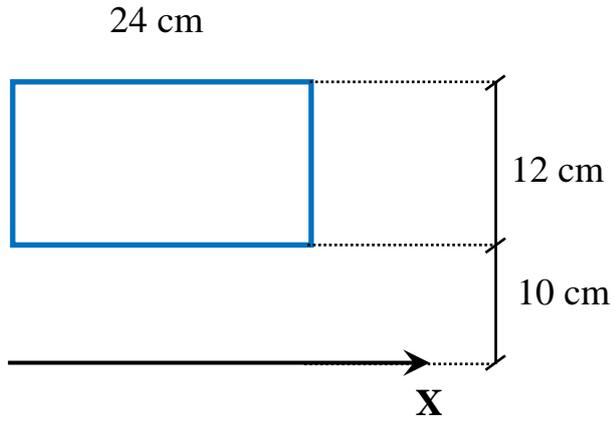
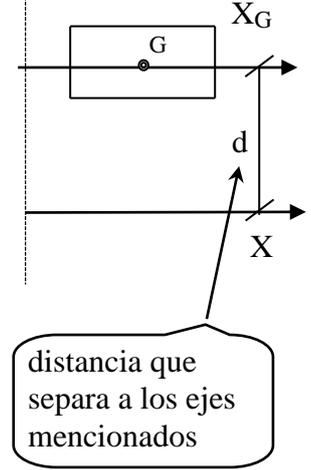
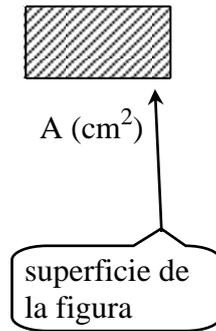
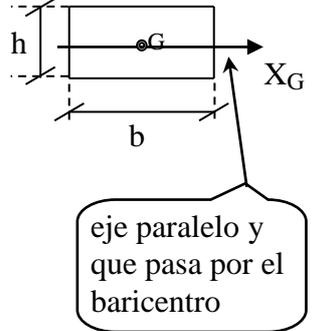
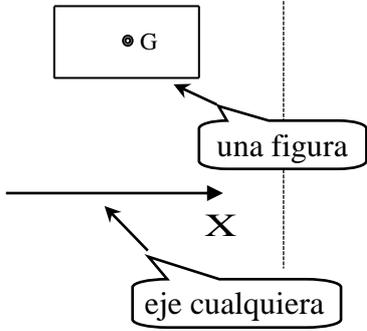
más

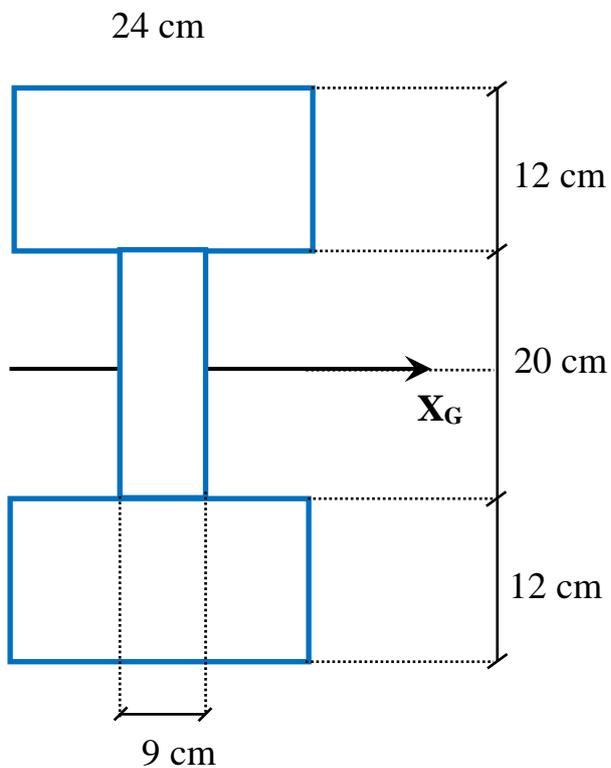
la **superficie de la figura**

por

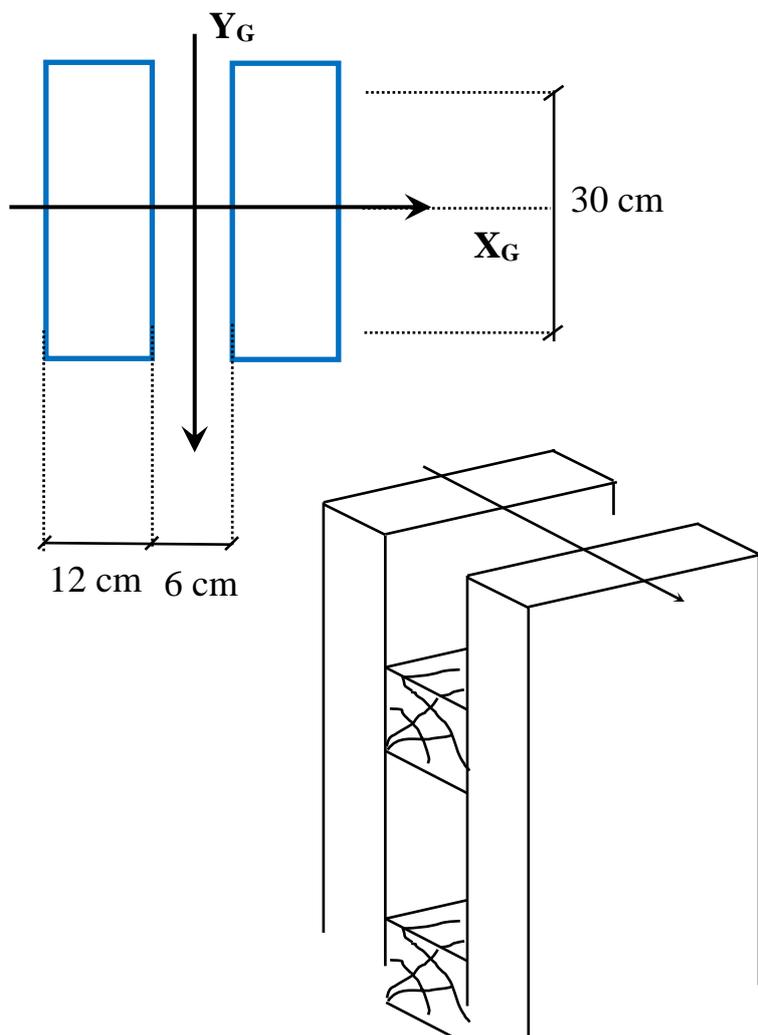
la **distancia que separa a los ejes mencionados** elevada al cuadrado

$I_x$	$=$	$I_{xG}$	$+$	$A$	$\times$	$d^2$
-------	-----	----------	-----	-----	----------	-------

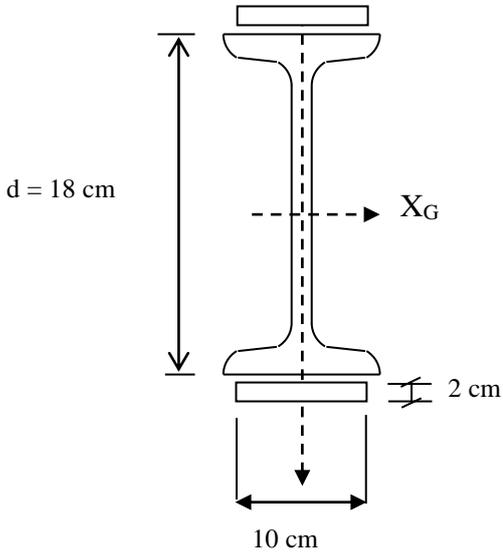




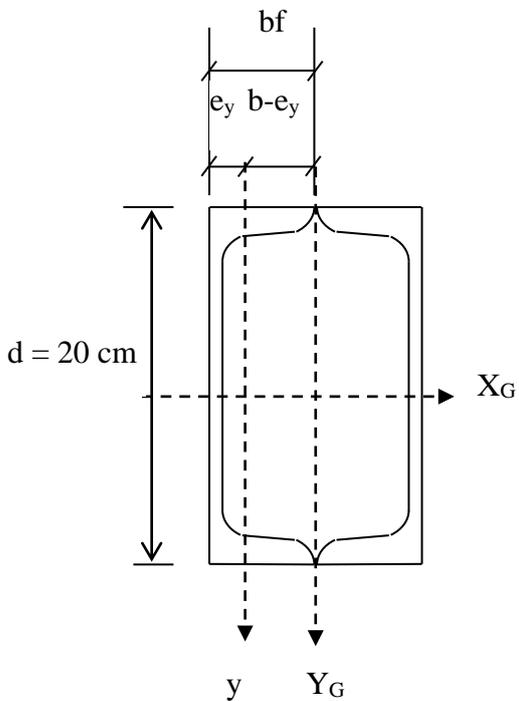
El momento de inercia de una figura respecto a un eje cualquiera = al momento de inercia respecto a un eje paralelo y baricéntrico + la superficie de la figura  $\times$  (distancia que separa a los ejes mencionados)<sup>2</sup>.



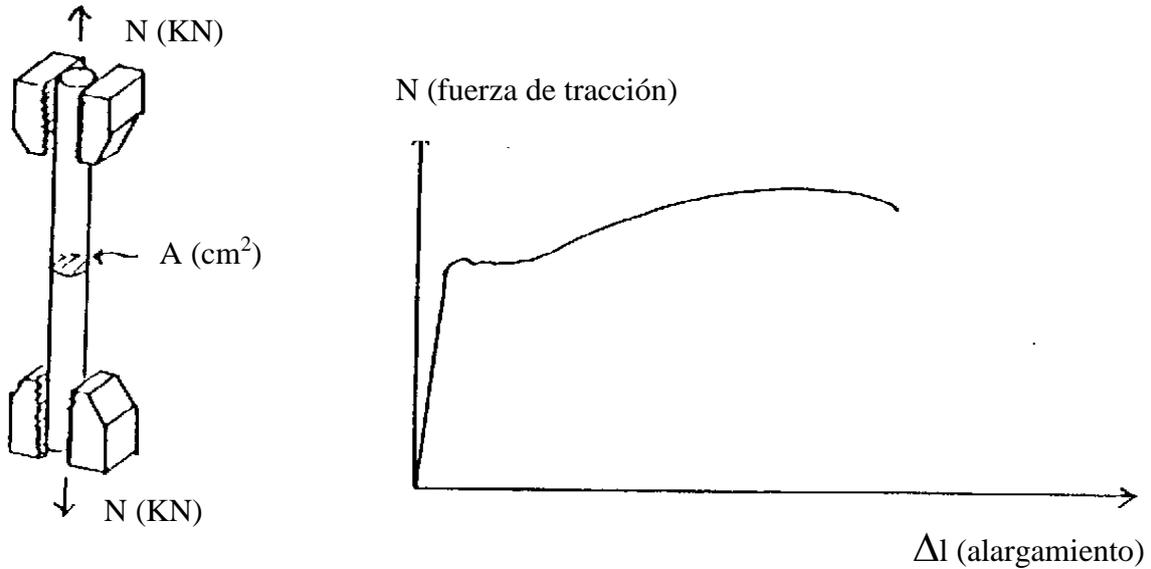
El momento de inercia de una figura respecto a un eje cualquiera = al momento de inercia respecto a un eje paralelo y baricéntrico + la superficie de la figura  $\times$  (distancia que separa a los ejes mencionados)<sup>2</sup>.



El momento de inercia de una figura respecto a un eje cualquiera = al momento de inercia respecto a un eje paralelo y baricéntrico + la superficie de la figura  $\times$  (distancia que separa a los

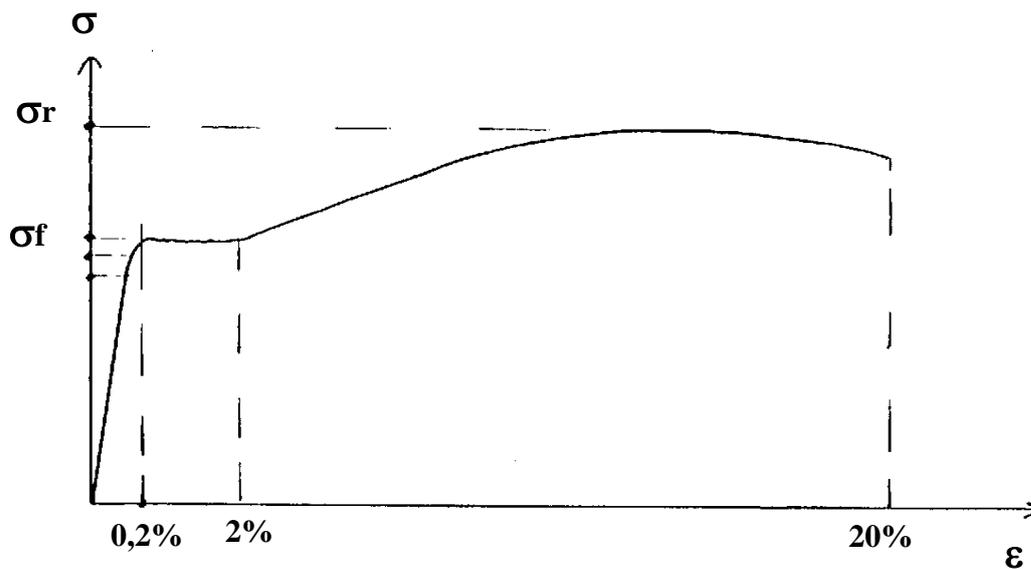


## Ensayo de Acero Común (A37)



$$\sigma \text{ (sigma: tensión normal)} = \frac{N \text{ (fuerza)}}{A \text{ (sección)}} = \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$$

$$\epsilon \text{ (épsilon: deformación específica)} = \frac{\Delta L \text{ (alargamiento)}}{L \text{ (longitud inicial)}} = \frac{\text{cm}}{\text{cm}}$$



$\sigma_f$  (límite de fluencia) = 23,50 KN/cm<sup>2</sup> (2350 kg/cm<sup>2</sup>) A partir de este límite se producen grandes deformaciones sin que varíe la tensión. Estas deformaciones originan graves daños en las construcciones y por esta razón se considera a  $\sigma_f$  como la tensión de falla del acero. Es una falla dúctil, porque está acompañada por grandes deformaciones; lo contrario es una falla frágil, como ocurre en el hormigón, donde se produce la rotura del material sin que puedan percibirse deformaciones que la preavisen.

$\sigma_r$  (límite de rotura) = 37 KN/cm<sup>2</sup> (3.700 Kg/cm<sup>2</sup>) Desde el punto de vista estructural no tiene importancia, porque el límite que se toma es el de fluencia, como se mencionó más arriba.

## Definiciones

Tensión de falla: es el valor donde el material deja de ser útil desde el punto de vista estructural. En el acero es la tensión de fluencia y en la madera la tensión de rotura.

$$\sigma_{\text{adm. (tensión admisible)}} = \frac{\sigma_{\text{falla}}}{\text{coef. de seguridad}}$$

**Ejemplo: ACERO**  $\sigma_{\text{adm.}} = \frac{\sigma_{\text{fluencia}}}{\text{coef. de seg.}} = \frac{2.350 \text{ Kg/cm}^2}{1,7} = 1.400 \text{ Kg/cm}^2$

$$\text{MADERA } \sigma_{\text{adm.}} = \frac{\sigma_{\text{rotura}}}{\text{coef. de seg.}}$$

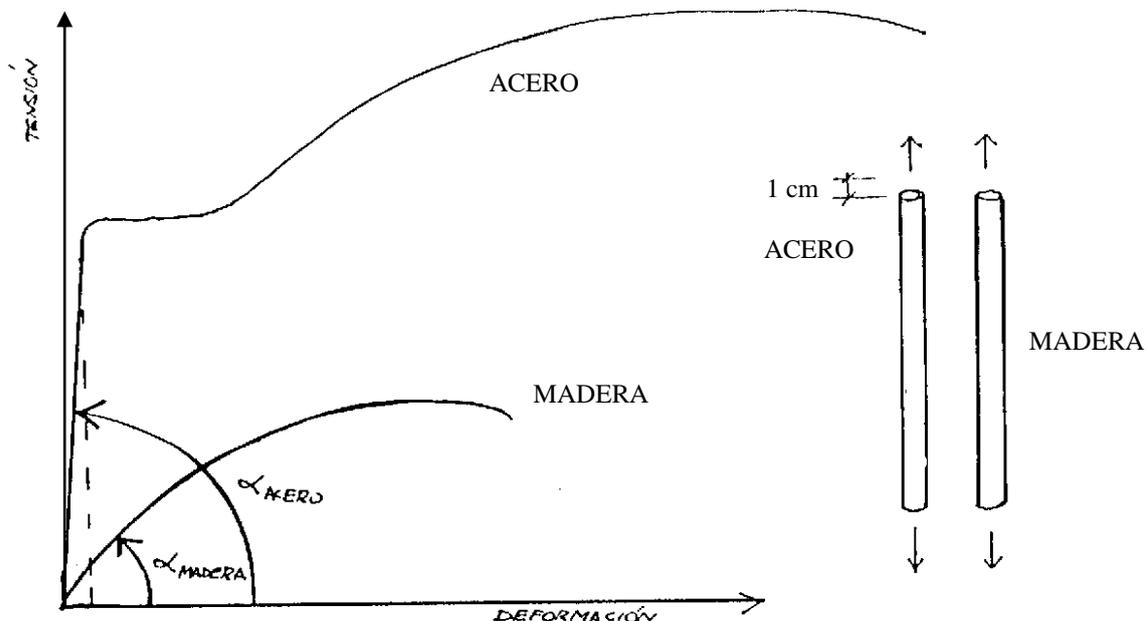
El actual reglamento trabaja con las tensiones de falla, no con las admisibles. Las tensiones admisibles no se usan más.

El margen de seguridad se determina mayorando (aumentando) las cargas, no disminuyendo las tensiones. Las cargas que debe soportar una estructura se llaman cargas de servicio. Estas cargas se mayoran para usar un margen de seguridad y a estas cargas mayoradas se las llama cargas últimas.

**Resistencia:** Es la capacidad de un material de soportar cargas.

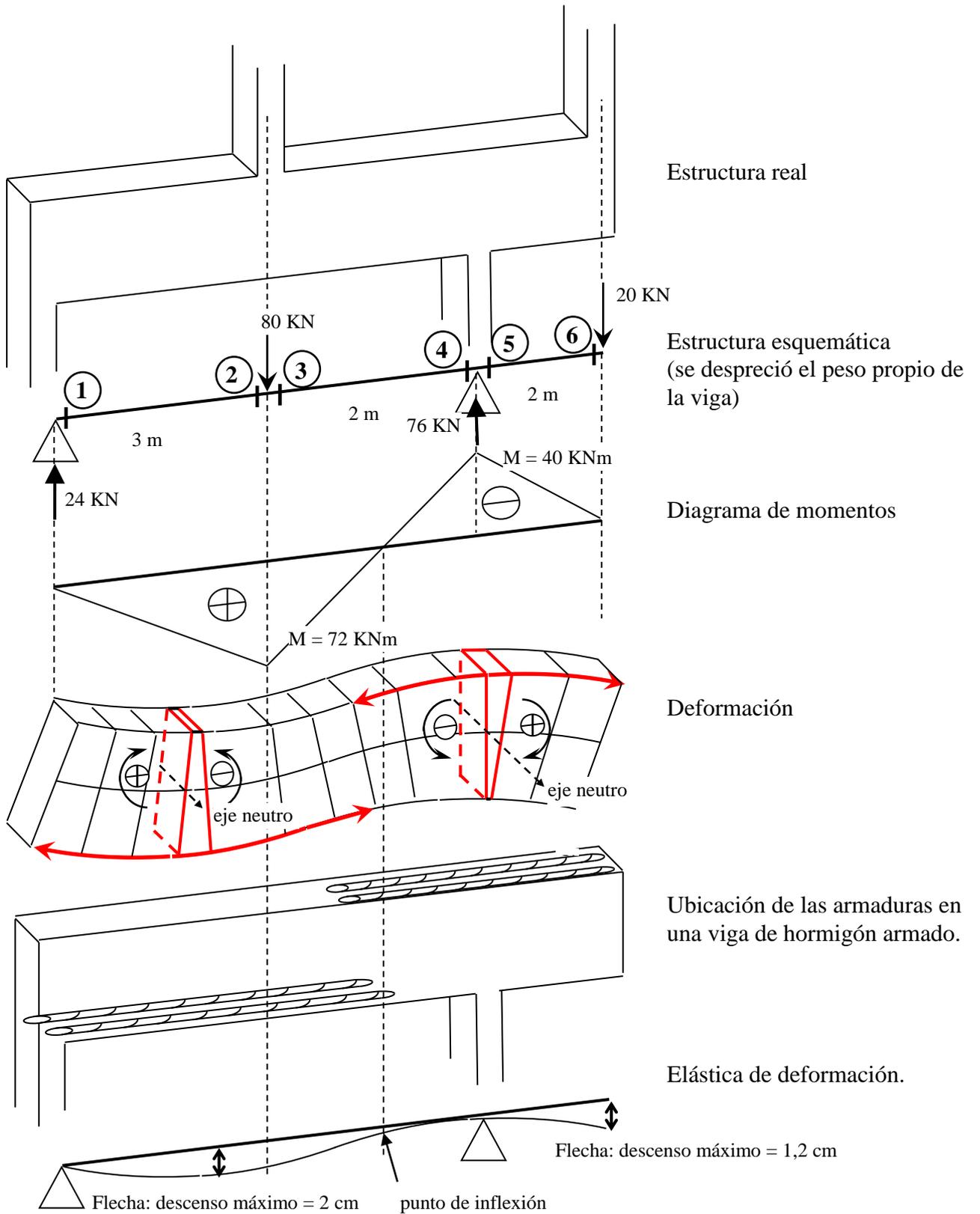
**Rigidez:** Es la capacidad de un material de oponerse a la deformación.

El vidrio es un material rígido pero no es resistente; en cambio, un cabo de nylon es resistente (a tracción), pero no es rígido.



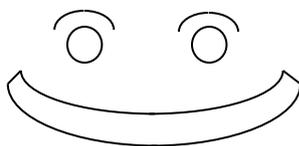
E (módulo de elasticidad o módulo de Young) =  $\text{tg } \alpha$  ; mide la rigidez de un material porque a mayor  $\alpha$ , mayor rigidez.

**Acero :**  $E = 2.000.000 \text{ Kg/cm}^2 = 20.000 \text{ KN/cm}^2$     **Madera :**  $E = 100.000 \text{ Kg/cm}^2 = 1.000 \text{ KN/cm}^2$



Regla mnemotécnica:

momentos positivos



momentos negativos



## Definiciones de:

### Definición de A (área o superficie)

$$A = dA + dA + dA + \dots$$

O sea, es la suma de todos los puntos. Se escribe:

$$A \text{ (área o superficie) } = \int dA$$

$$I_x \text{ (momento de inercia) } = y^2 \cdot dA + y^2 \cdot dA + y^2 \cdot dA + \dots$$

$$I_x \text{ (momento de inercia respecto a x) } = \int y^2 \cdot dA$$

La solución de esta integral  $I_{x_G}$  para un perfil está en tablas y para un rectángulo es  $I_{x_G} = \frac{b \cdot h^3}{12}$

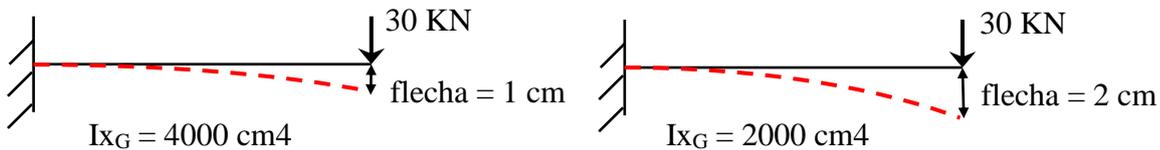
$$I_y \text{ (momento de inercia respecto a y) } = \int x^2 \cdot dA$$

La solución de esta integral  $I_{y_G}$  para un perfil está en tablas y para un rectángulo es  $I_{y_G} = \frac{b^3 \cdot h}{12}$

Lo importante del momento de inercia respecto al eje baricéntrico es que no solo tiene en cuenta la cantidad de puntos (o sea, el área) sino cómo están distribuidos. Esta distribución incide en el comportamiento de las estructuras. Cuanto más lejos están los puntos del baricentro, mejor es el comportamiento de la estructura.

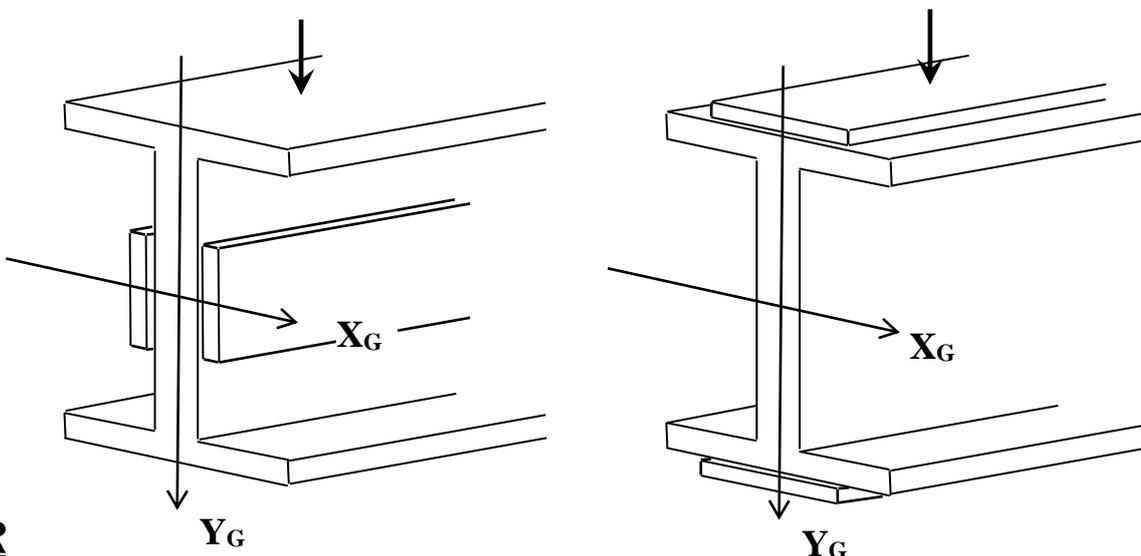
En efecto, el momento de inercia respecto al eje que pasa por el baricentro, es proporcional a la **rigidez a flexión**, o sea, a mayor momento de inercia, mayor rigidez a flexión.

Si comparamos dos barras de igual longitud pero diferente momento de inercia:



La figura de la izquierda tiene el doble de inercia y por esa razón se deforma la mitad.

En las siguientes figuras, hay un perfil al que se le han soldado dos planchuelas para aumentar su inercia. ¿Cuál de las dos configuraciones aumenta más  $I_{x_G}$  y por qué?



## Definición de Módulo de Resistencia elástico (válido para madera)

$S_x$  (módulo de resistencia elástico) =  $I_{X_G}$  = momento de inercia.

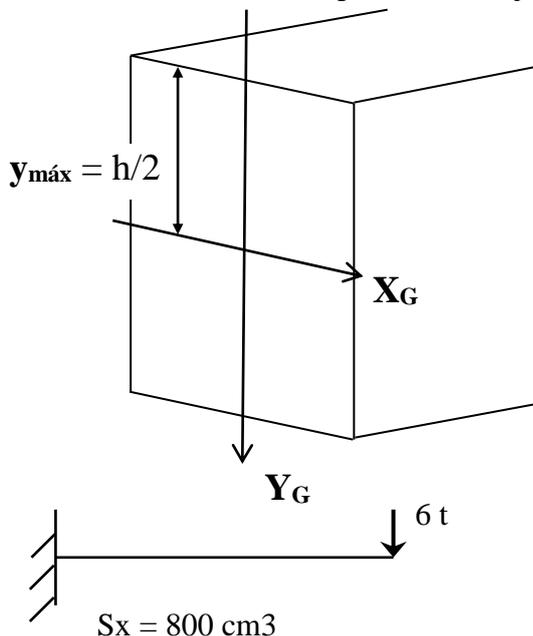
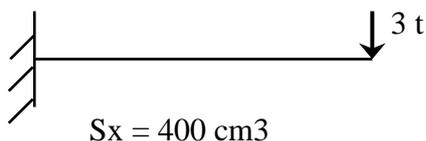
$y_{m\acute{a}x}$  = distancia desde el baricentro al punto más alejado.

$S_y$  (módulo de resistencia elástico) =  $\frac{I_y}{x_{m\acute{a}x}}$

Para un rectángulo:

$$S_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \frac{h}{2}$$

Si comparamos dos barras de igual longitud pero diferente módulo de resistencia:



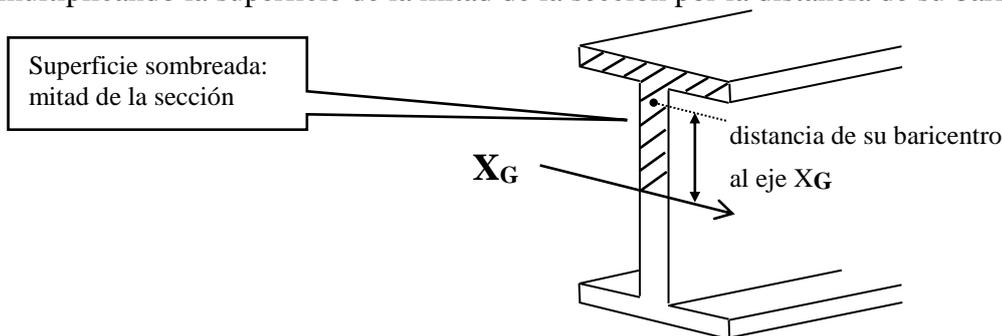
La barra de la derecha resiste el doble de carga porque tiene el doble de resistencia.

El módulo de resistencia es proporcional a la **resistencia a flexión**, o sea, a mayor módulo de resistencia, mayor resistencia a flexión.

## Definición de Módulo de Resistencia plástico (válido para acero)

$Z_x$  (módulo de resistencia plástico) =  $2 \times Q_x$  (momento estático de la mitad de la sección)

$Q^x$  se calcula multiplicando la superficie de la mitad de la sección por la distancia de su baricentro al eje x



El módulo de resistencia plástico es proporcional a la **resistencia a flexión en vigas de acero**, o sea, a mayor módulo de resistencia, mayor resistencia a flexión.

## Definición de Radio de giro se usan para medir la esbeltez de una barra (pandeo).

$$r_x = (\text{radio de giro}) = \sqrt{\frac{I_{X_G} (\text{mom. de inercia})}{A (\text{sección})}} \quad r_y = (\text{radio de giro}) = \sqrt{\frac{I_{Y_G} (\text{mom. de inercia})}{A (\text{sección})}}$$

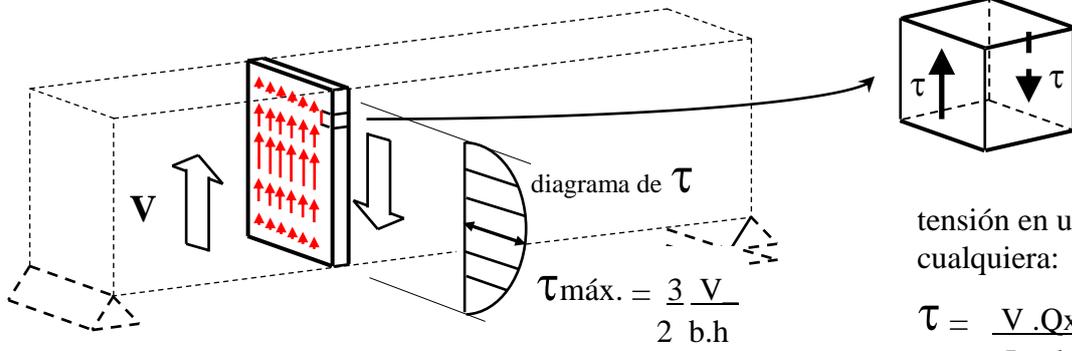


## Tensiones en una sección rectangular (usar V, M y N de servicio)

$\tau$  (tau) : tensiones tangenciales; son producidas por el esfuerzo de corte (V).

Teorema de Cauchy

Las tensiones tangenciales en caras perpendiculares son iguales y concurren o se alejan simultáneamente de una misma arista.



tensión en un punto cualquiera:

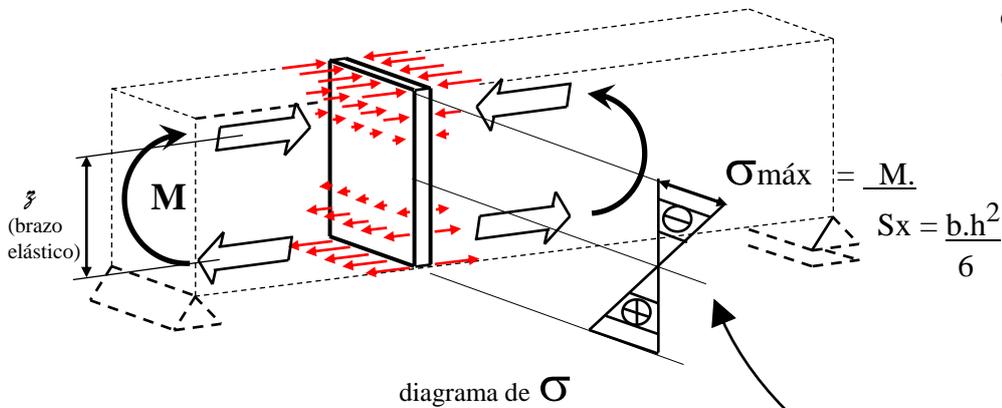
$$\tau = \frac{V \cdot Q_x}{I_x \cdot b}$$

(ver pág. 72)

$\sigma$  (sigma) : tensiones normales; son producidas por el momento flexor (M)

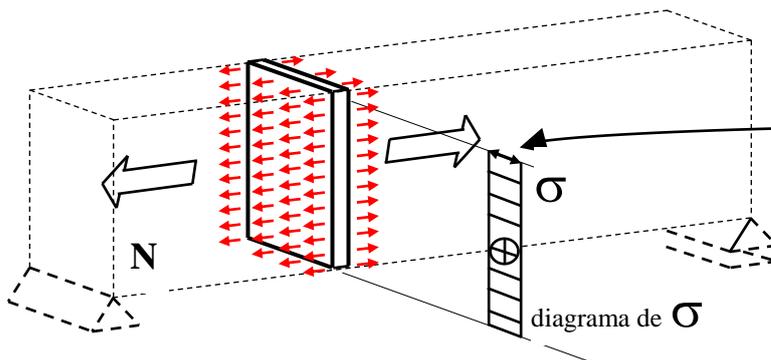
tensión en un punto cualquiera:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_x}$$



$\sigma$  (sigma): tensiones normales; son producidas por el esfuerzo normal (N)

Se pueden sumar o restar

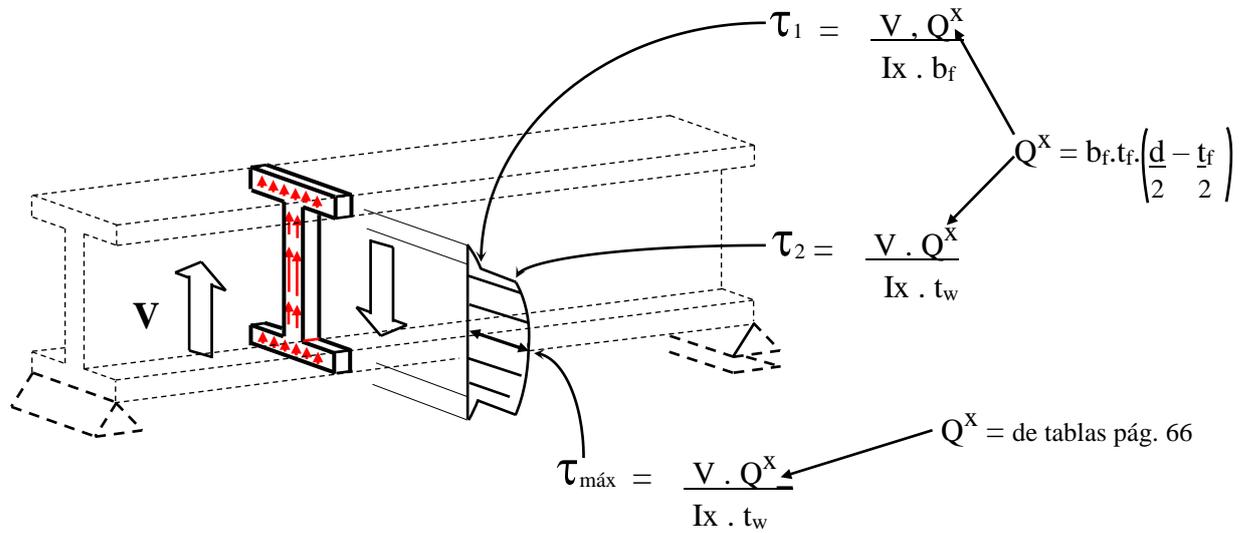


$$\sigma = \frac{N}{A \text{ (sección)}}$$

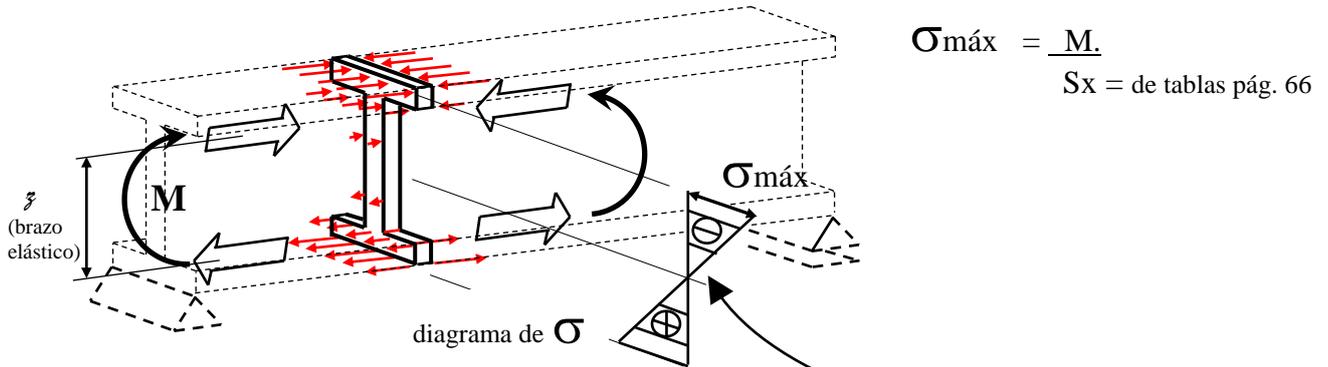


**Tensiones en un perfil doble T normal** (usar V, M y N de servicio)

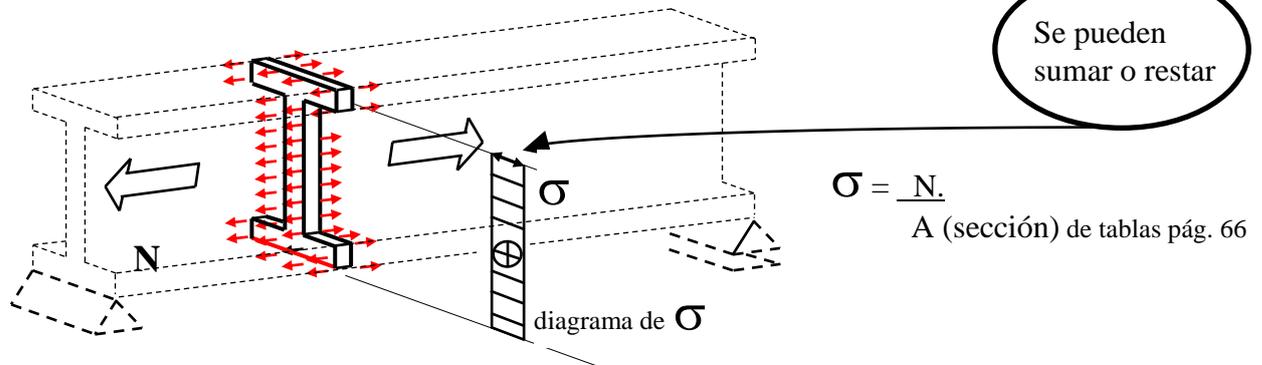
$\tau$  (tau) : tensiones tangenciales; son producidas por el esfuerzo de corte (V).



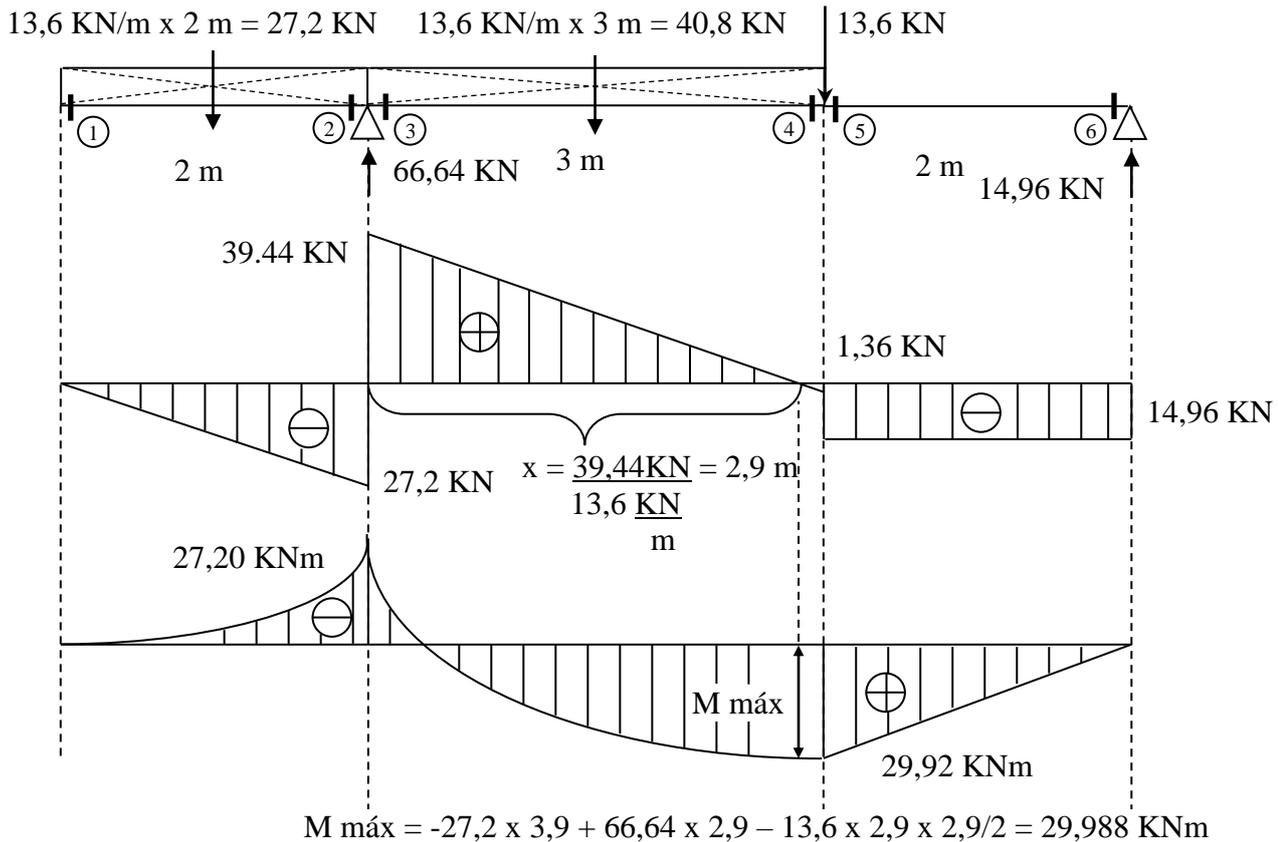
$\sigma$  (sigma) : tensiones normales; son producidas por el momento flexor (M)



$\sigma$  (sigma): tensiones normales; son producidas por el esfuerzo normal (N)



### Ejemplo de Flexión Plana



Dimensionamiento en acero a Flexión Plana, perfil doble T normal:

#### 1) Dimensionamiento a Flexión Simple

$$Z_x \text{ (mód. de resistencia)} = \frac{M_u}{\phi_b \cdot f_b} = \frac{2998,8 \text{ KNcm}}{0,9 \cdot 23,50 \text{ KN/cm}^2} = 142 \text{ cm}^3 \quad \text{de tablas, pág. 66 : IPN 180}$$

$$2) \text{ Verif. al corte : } \frac{V_u \text{ (kg)}}{t_w \cdot d} = \frac{39,44 \text{ KN}}{0,69 \text{ cm} \cdot 18 \text{ cm}} = 3,17 \text{ KN/cm}^2 < \phi_v \cdot f_v = 0,9 \cdot 14,10 \text{ KN/cm}^2$$

verifica

Ídem anterior en madera  $h = 3b$  (se debe dimensionar con las cargas de servicio, no con las últimas)

#### 1) Dimensionamiento a Flexión Simple

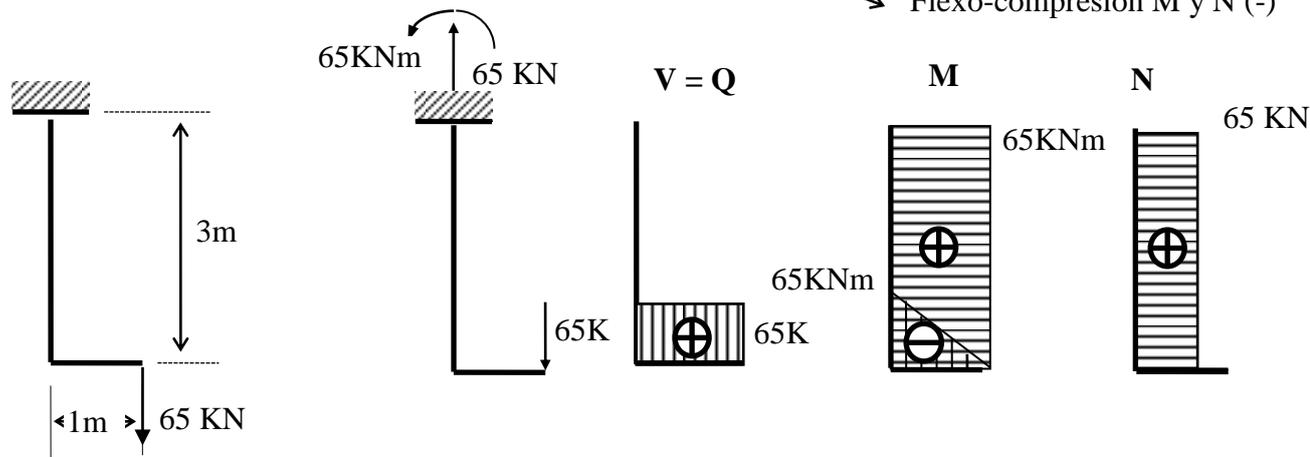
$$S_x \text{ (mód. de resistencia)} = \frac{M}{\phi_b \cdot f_b} = \frac{2998,8 \text{ KNcm}}{0,8 \cdot 1,65 \text{ KN/cm}^2} = 2272 \text{ cm}^3$$

$$b = \sqrt[3]{(2/3) S_x} = \sqrt[3]{(2/3) \cdot 2272 \text{ cm}^3} = 11,5 \text{ cm} = 12,5 \text{ cm} = 5'' \quad h = 3 \times 12,5 \text{ cm} = 37,5 \text{ cm}$$

$$2) \text{ Verif. al corte : } \frac{3 \cdot 39,44 \text{ KN}}{2 \cdot 12,5 \text{ cm} \cdot 37,5 \text{ cm}} = 0,13 \text{ KN/cm}^2 < \phi_v \cdot f_v = 0,75 \cdot 0,35 \text{ KN/cm}^2$$

verifica

**Flexión compuesta** : se da cuando hay diagramas de M y N  $\begin{cases} \text{Flexo-tracción M y N (+)} \\ \text{Flexo-compresión M y N (-)} \end{cases}$



**Ejemplo de flexo-tracción:** dimensionar la barra vertical : madera  $h = 2b$

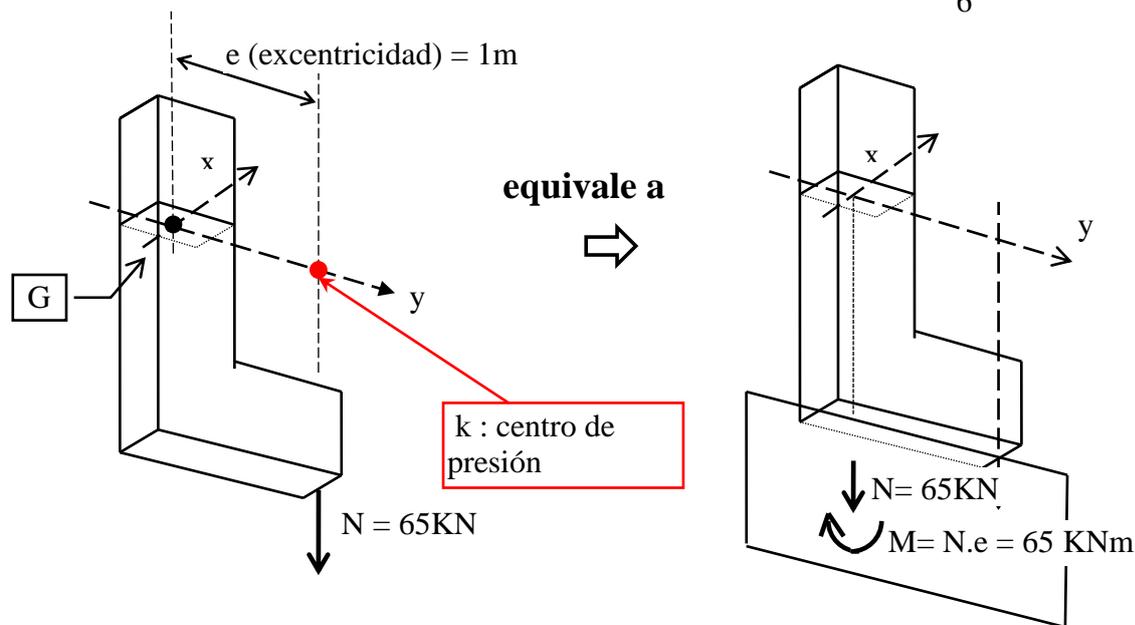
1) Dimensionamiento a Flexión Simple Normal

$$S_x = \frac{M}{\phi_b \cdot f_b} = \frac{65 \text{ KNm}}{0,85 \cdot 1,65 \text{ Kg/cm}^2} = \frac{6500 \text{ KNcm}}{0,85 \cdot 1,65 \text{ KN/cm}^2} = 4635 \text{ cm}^3$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 S_x}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 4635 \text{ cm}^3}{2}} = 19 \text{ cm} \cong 20 \text{ cm (8")}; h = 40 \text{ cm (16")}$$

2) Verificación a Flexión Compuesta Normal

$$\frac{N}{\phi_b \cdot f_b \cdot A} + \frac{M}{\phi_b \cdot f_b \cdot S_x} \leq 1 \quad \frac{65 \text{ KN}}{0,85 \cdot 1,65 \text{ KN/cm}^2 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}} + \frac{6500 \text{ KNcm}}{0,85 \cdot 1,65 \text{ KN/cm}^2 \cdot \frac{20 \text{ cm} \cdot (40 \text{ cm})^2}{6}} = 0,92 < 1$$



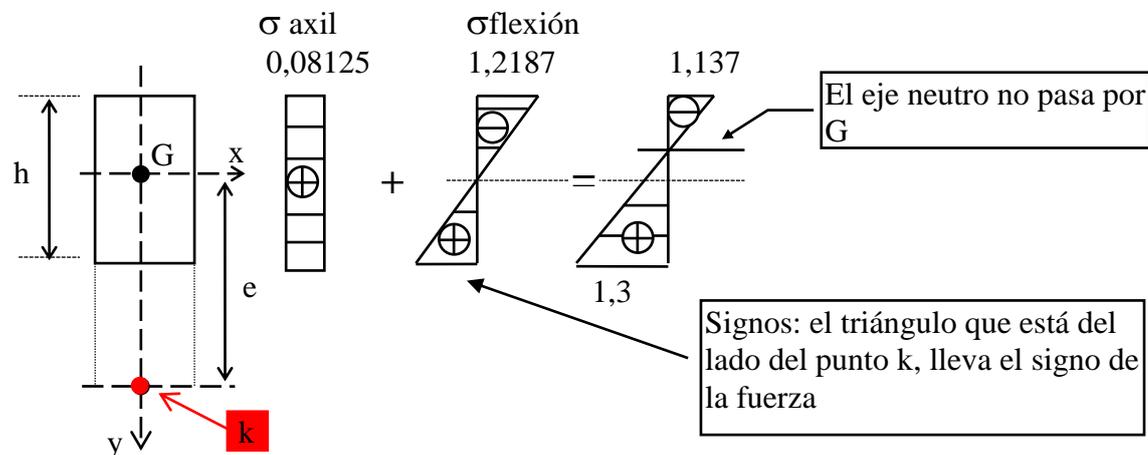
**Conclusión;** la traslación de una fuerza = a la misma fuerza desplazada + un par  $M = \text{fuerza} \times \text{excentricidad}$

Diagramas de tensiones: en acero y madera deben calcularse con las cargas de servicio, no con las últimas.

$$\sigma = \frac{N_s}{A} + \frac{M_s}{S_x} = \frac{65 \text{ KN}}{20\text{cm} \cdot 40\text{cm}} \pm \frac{6500 \text{ KNcm}}{20\text{cm} \cdot (40\text{cm})^2} = -0,08125 \text{ KN/cm}^2 \pm 1,21875 \text{ KN/cm}^2 = 1,3 \text{ KN/cm}^2$$

$$= -1,1375 \text{ KN/cm}^2$$

### Diagramas de Tensiones

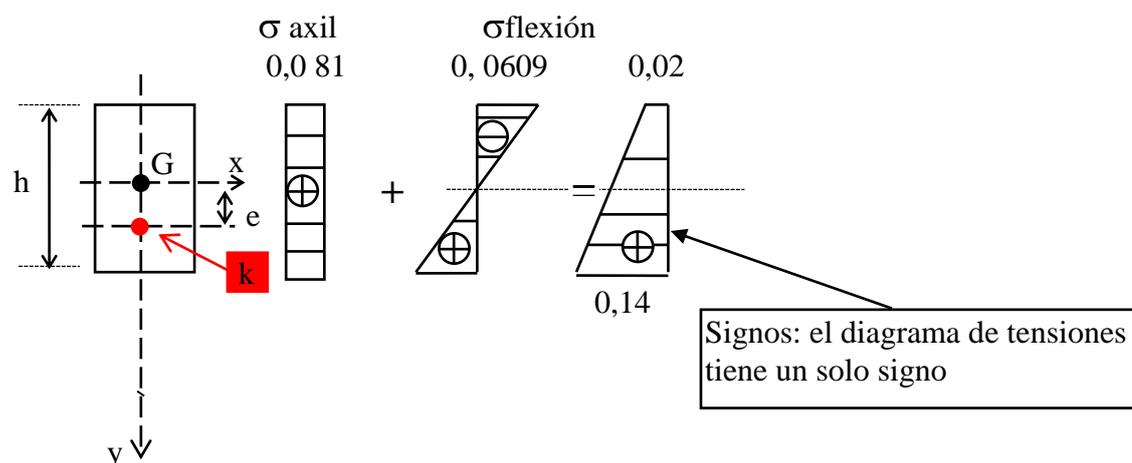


Si la excentricidad fuera **0,05 m** en lugar de **1 m**:

$$\sigma = \frac{N_s}{A} + \frac{M_s}{S_x} = \frac{65 \text{ KN}}{20\text{cm} \cdot 40\text{cm}} \pm \frac{325 \text{ KNcm}}{20\text{cm} \cdot (40\text{cm})^2} = 0,081 \text{ KN/cm}^2 \pm 0,0609 \text{ KN/cm}^2 = 0,142 \text{ KN/cm}^2$$

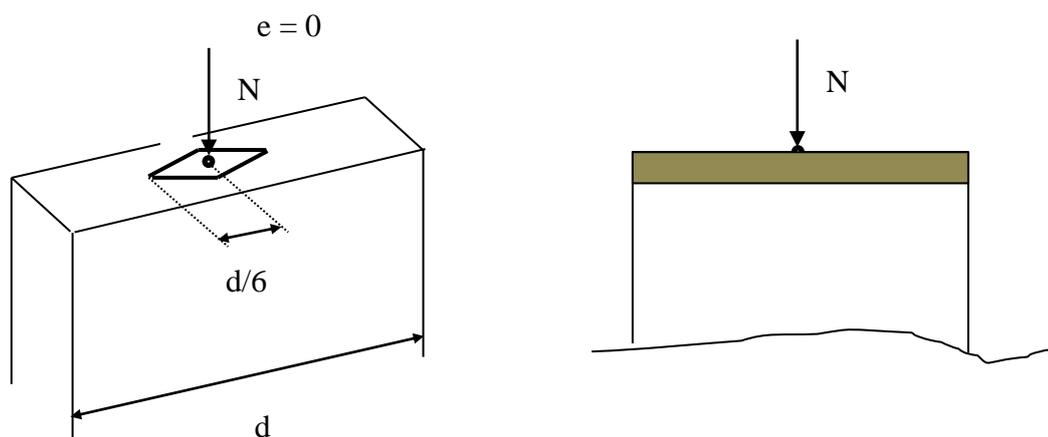
$$= 0,02 \text{ KN/cm}^2$$

### Diagramas de Tensiones

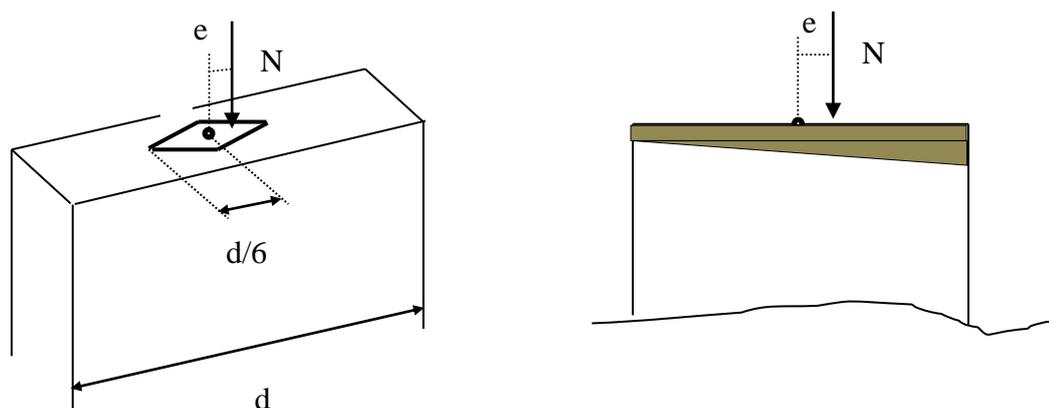


## Núcleo central (ver video)

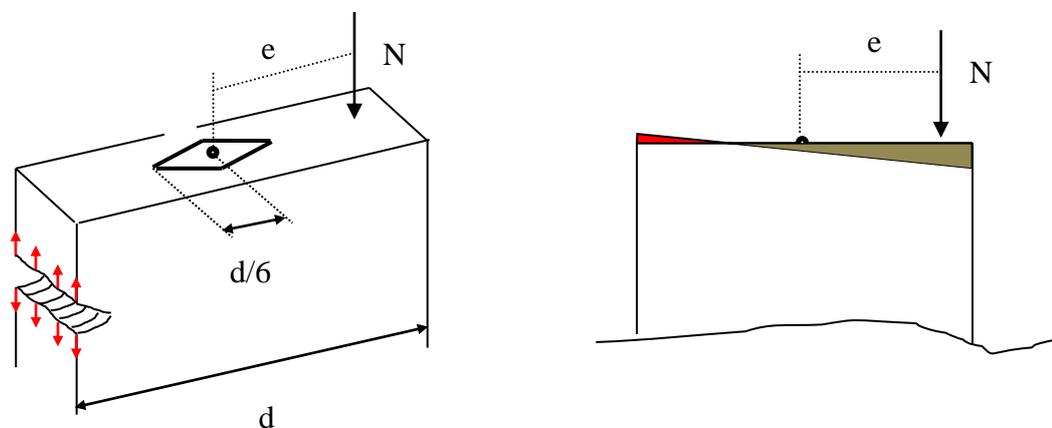
Compresión pura (excentricidad cero).



Flexo compresión con pequeña excentricidad  $e < d/6$  (compresión dominante).

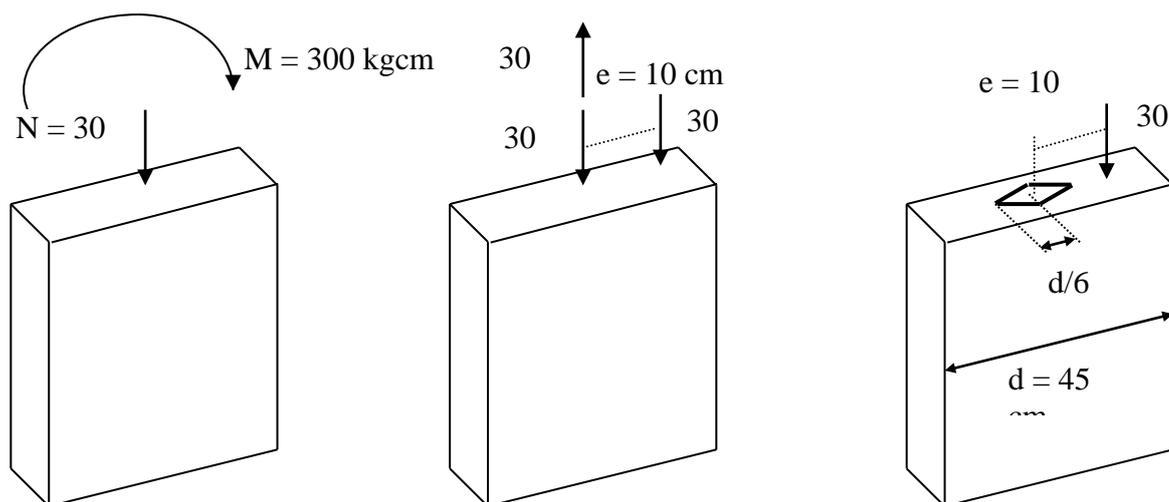


Flexo compresión con gran excentricidad  $e > d/6$  (flexión dominante).



Si la fuerza de compresión está dentro del núcleo central, sólo hay tensiones de compresión.

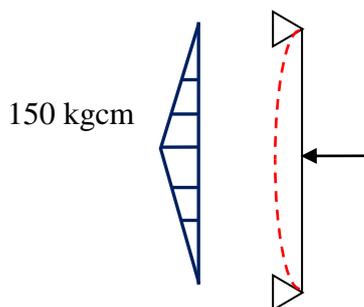
### Composición de una fuerza con un par.



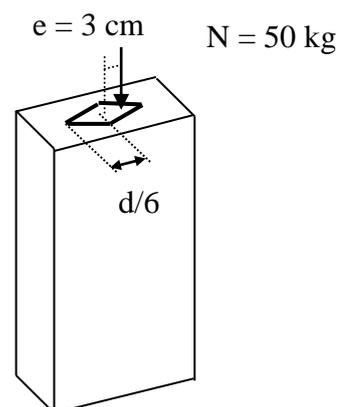
$$e = \frac{M}{N} = \frac{300 \text{ kgcm}}{30 \text{ kg}} = 10 \text{ cm}$$

**Conclusión;** la suma de una fuerza y un par = la misma fuerza, desplazada una distancia  $e = \frac{M}{N}$

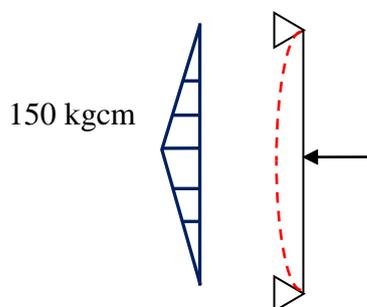
Cerca del pilar; el peso de 60 kg del chico se reparte 50 kg para el pilar y 10 kg para el otro extremo



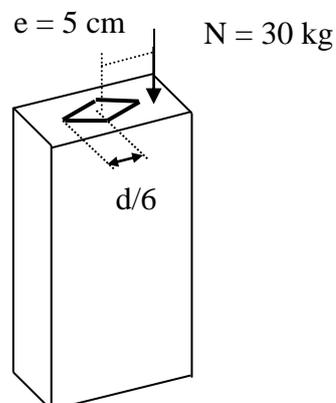
$$e = \frac{M}{N} = \frac{150 \text{ kgcm}}{50 \text{ kg}} = 3 \text{ cm} < d/6 \text{ (pequeña excentricidad).}$$



Lejos del pilar; el peso de 60 kg del chico se reparte 30 kg para el pilar y 30 kg para el otro extremo



$$e = \frac{M}{N} = \frac{150 \text{ kgcm}}{30 \text{ kg}} = 5 \text{ cm} > d/6 \text{ (gran excentricidad).}$$



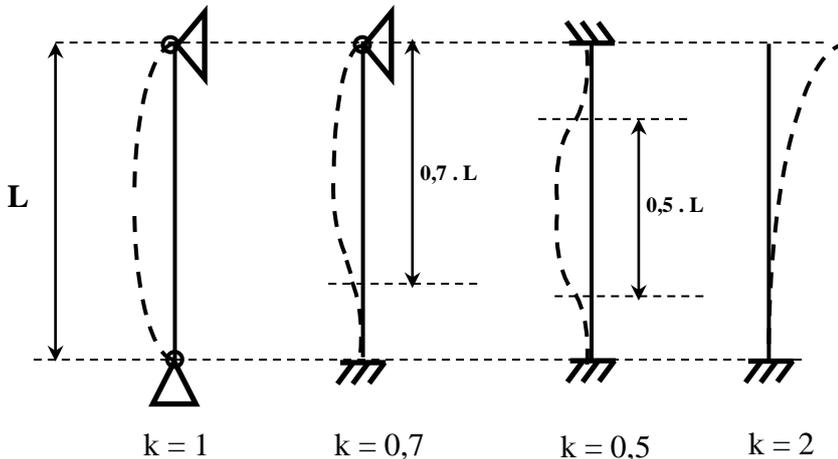
## Pandeo

Pandeo es la rotura por flexión lateral que se produce en barras esbeltas que trabajan a compresión.

Para dimensionar, debemos entrar a una tabla con el coeficiente de esbeltez:

Esbeltez  $\lambda$  (lambda) =  $\frac{\text{longitud efectiva o de pandeo: longitud de la barra} \times k}{\text{radio de giro m\u00ednimo}}$

La longitud efectiva o de pandeo es la longitud de la barra multiplicada por un coeficiente que depende del tipo de apoyo.



El radio de giro m\u00ednimo mide la “delgadez” de la secci\u00f3n y la definici\u00f3n es:

$$\text{Radio de giro} = \sqrt{\frac{\text{Momento de inercia}}{\text{\u00c1rea de la secci\u00f3n}}}$$

En un perfil se encuentran en la tabla y en un rect\u00e1ngulo:

$$\text{Radio de giro en } x = \sqrt{\frac{b \cdot h^3/12}{b \cdot h}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \frac{h}{3,47} \quad \text{radio de giro en } y = \frac{b}{3,47}$$

Una vez que calculada la esbeltez:  $\lambda = \frac{\text{longitud efectiva o de pandeo}}{\text{radio de giro m\u00ednimo}}$

Vamos a la tabla de la p\u00e1g. siguiente y obtenemos  $\phi \cdot f'_{cr}$

La barra verificar\u00e1 si:  $\frac{N_u \text{ (esfuerzo normal)}}{A \text{ (\u00e1rea de la secci\u00f3n)}} < \phi \cdot f'_{cr}$

O sea que para calcular el radio de giro **en acero debemos previamente conocer el n\u00famero de perfil y en madera conocer la base y la altura de la secci\u00f3n.** Como esto es imposible, se resuelve por “prueba y error”, hasta conseguir una secci\u00f3n que verifique.

**Dimensionar Perfil normal una columna biarticulada  $N_u = 120 \text{ KN}$  longitud = 3,5 m**

Lo resolveremos por “prueba y error” adoptando en acero arbitrariamente  $\phi \cdot f'_{cr} = 9,75 \text{ KN/cm}^2$

(corresponde a  $\lambda = 120$ ) como primer tanteo para obtener A (\u00e1rea de la secci\u00f3n)

$$A = \frac{N_u}{\phi \cdot f'_{cr}} = \frac{120 \text{ KN}}{9,75 \text{ KN/cm}^2} = 12,3 \text{ cm}^2 \quad \text{de p\u00e1g. 66} \quad \text{IPN 120} \quad r_{\text{m\u00edn}} = 1,23 \text{ cm}$$

$\lambda$  (coef. de esbeltez) =  $L_e$  (long. efectiva) =  $L \cdot k = \frac{350 \text{ cm}}{1,23} = 284 > 200$  (esbeltez máxima).

$r_{\text{mín}}$  (radio de giro mín.) 1,23 cm

No verifica, adopto IPN 200  $r_{\text{mín}} = 1,87 \text{ cm}$

$\lambda$  (coef. de esbeltez) =  $L_e$  (long. efectiva) =  $L \cdot k = \frac{350 \text{ cm}}{1,87} = 187$   $\phi \cdot f'_{cr} = 4,21 \text{ KN/cm}^2$

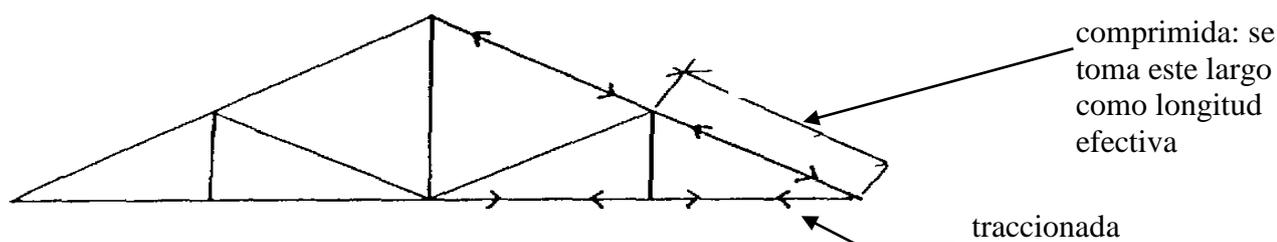
$r_{\text{mín}}$  (radio de giro mín.) 1.87 cm

$\frac{N_u}{A} < \phi \cdot f'_{cr}$   $\frac{120 \text{ KN}}{33,5 \text{ cm}^2} = 3,58 \text{ KN/cm}^2 < 4,21 \text{ KN/cm}^2$  Verifica

### Tensión de Diseño para Barras Comprimidas de Acero en KN/cm<sup>2</sup>- (LRFD)

$\lambda$	$\phi \cdot f'_{cr}$														
1	19,97	26	19,31	51	17,55	76	14,98	101	12,02	126	9,06	151	6,45	176	4,75
2	19,97	27	19,26	52	17,46	77	14,87	102	11,89	127	8,94	152	6,37	177	4,70
3	19,97	28	19,21	53	17,37	78	14,75	103	11,77	128	8,83	153	6,29	178	4,64
4	19,96	29	19,16	54	17,27	79	14,64	104	11,65	129	8,72	154	6,21	179	4,59
5	19,95	30	19,10	55	17,18	80	14,52	105	11,53	130	8,61	155	6,13	180	4,54
6	19,94	31	19,04	56	17,09	81	14,41	106	11,41	131	8,49	156	6,05	181	4,49
7	19,93	32	18,98	57	16,99	82	14,29	107	11,29	132	8,38	157	5,97	182	4,44
8	19,91	33	18,92	58	16,89	83	14,17	108	11,17	133	8,27	158	5,89	183	4,39
9	19,90	34	18,86	59	16,79	84	14,05	109	11,05	134	8,16	159	5,82	184	4,35
10	19,88	35	18,79	60	16,70	85	13,94	110	10,93	135	8,06	160	5,75	185	4,30
11	19,86	36	18,73	61	16,59	86	13,82	111	10,81	136	7,95	161	5,68	186	4,25
12	19,83	37	18,66	62	16,49	87	13,70	112	10,69	137	7,84	162	5,61	187	4,21
13	19,81	38	18,59	63	16,39	88	13,58	113	10,57	138	7,73	163	5,54	188	4,16
14	19,78	39	18,52	64	16,29	89	13,46	114	10,45	139	7,62	164	5,47	189	4,12
15	19,75	40	18,44	65	16,18	90	13,34	115	10,33	140	7,51	165	5,41	190	4,08
16	19,72	41	18,37	66	16,08	91	13,22	116	10,22	141	7,40	166	5,34	191	4,03
17	19,69	42	18,29	67	15,97	92	13,10	117	10,10	142	7,30	167	5,28	192	3,99
18	19,66	43	18,22	68	15,86	93	12,98	118	9,98	143	7,20	168	5,21	193	3,95
19	19,62	44	18,14	69	15,76	94	12,86	119	9,86	144	7,10	169	5,15	194	3,91
20	19,58	45	18,06	70	15,65	95	12,74	120	9,75	145	7,00	170	5,09	195	3,87
21	19,54	46	17,98	71	15,54	96	12,62	121	9,63	146	6,90	171	5,03	196	3,83
22	19,50	47	17,89	72	15,43	97	12,50	122	9,52	147	6,81	172	4,97	197	3,79
23	19,46	48	17,81	73	15,32	98	12,38	123	9,40	148	6,72	173	4,92	198	3,75
24	19,41	49	17,72	74	15,21	99	12,26	124	9,28	149	6,63	174	4,86	199	3,72
25	19,36	50	17,64	75	15,09	100	12,14	125	9,17	150	6,54	175	4,81	200	3,68

**Importante:** para dimensionar las barras de un reticulado, las comprimidas se verifican a Pandeo (como una columna), y la longitud efectiva o de pandeo es el largo de la barra.



### Dimensionar la barra b del reticulado de la pág. 18 - Madera, sección cuadrada.

Es una barra comprimida, con  $N_u = 4,56 \text{ KN}$  y largo = 225 cm. Lo resolveremos por “prueba y error” adoptando en madera arbitrariamente  $\phi \cdot f'_{cr} = 0,975 \text{ KN/cm}^2$  (corresponde a  $\lambda = 70$ ) como primer tanteo para obtener A (área de la sección)

verificará si:  $\frac{N_u \text{ (esfuerzo normal)}}{A} < \phi \cdot f'_{cr}$

$$\text{despejando A: } A = \frac{N_u}{\phi \cdot f'_{cr}} = \frac{4,56 \text{ KN}}{0,975 \text{ KN/cm}^2} = 4,67 \text{ cm}^2 \quad \text{lado} = \sqrt{4,67 \text{ cm}^2} = 2,16 \text{ cm}$$

Este lado se redondea a pulgadas: 1" = 2,5 cm

(1" = 2,5 cm, 2" = 5 cm, 3" = 7,5 cm, 4" = 10 cm, 5" = 12,5 cm, 6" = 15 cm, etc.)

Ahora verifico este lado de 1" = 2,5 cm  $r_{\text{mín}} = \frac{\text{lado}}{3,47} = \frac{2,5 \text{ cm}}{3,47} = 0,72 \text{ cm}$ .

$\lambda$  (coef. de esbeltez) =  $\frac{L_e \text{ (long. efectiva)}}{r_{\text{mín}} \text{ (radio de giro mín.)}} = \frac{L \cdot k}{r_{\text{mín}}} = \frac{225 \text{ cm}}{0,72 \text{ cm}} = 285 > 120$  (esbeltez máxima).

No verifica, adopto lado = 3" = 7,5 cm  $r_{\text{mín}} = \frac{\text{lado}}{3,47} = \frac{7,5 \text{ cm}}{3,47} = 2,16 \text{ cm}$ .

$\lambda$  (coef. de esbeltez) =  $\frac{L_e \text{ (long. efectiva)}}{r_{\text{mín}} \text{ (radio de giro mín.)}} = \frac{L \cdot k}{r_{\text{mín}}} = \frac{225 \text{ cm}}{2,16 \text{ cm}} = 104$   $\phi \cdot f'_{cr} = 0,544 \text{ KN/cm}^2$

$\frac{N_u}{A} < \phi \cdot f'_{cr}$   $\frac{4,56 \text{ KN}}{7,5 \text{ cm} \cdot 7,5 \text{ cm}} = 0,081 \text{ KN/cm}^2 < 0,544 \text{ KN/cm}^2$  Verifica

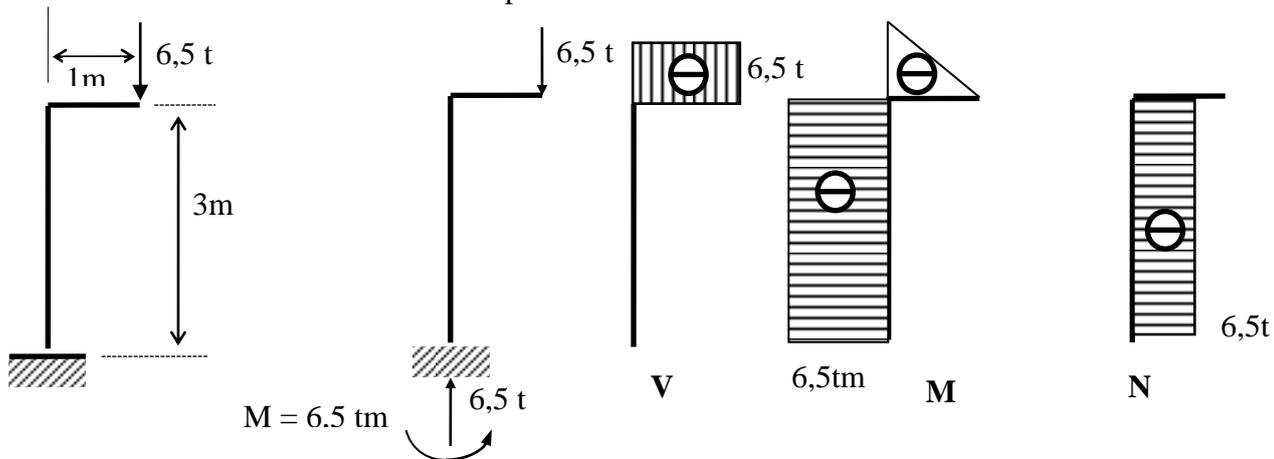
Como verifica por un margen muy amplio, habría que probar con lado = 2" = 5 cm

#### Tensión de Diseño para Compresión en Madera en $\text{KN/cm}^2$ (LRFD)

$\lambda$	$\phi \cdot f'_{cr}$										
1	1,819	21	1,765	41	1,566	61	1,17	81	0,78	101	0,577
2	1,819	22	1,759	42	1,55	62	1,14	82	0,764	102	0,565
3	1,818	23	1,753	43	1,534	63	1,12	83	0,749	103	0,555
4	1,817	24	1,747	44	1,517	64	1,10	84	0,734	104	0,544
5	1,816	25	1,74	45	1,499	65	1,08	85	0,72	105	0,534
6	1,815	26	1,733	46	1,481	66	1,06	86	0,706	106	0,524
7	1,813	27	1,725	47	1,463	67	1,04	87	0,692	107	0,514
8	1,812	28	1,717	48	1,444	68	1,02	88	0,679	108	0,504
9	1,81	29	1,709	49	1,424	69	0,995	89	0,666	109	0,495
10	1,808	30	1,70	50	1,404	70	0,975	90	0,653	110	0,486
11	1,805	31	1,69	51	1,383	71	0,956	91	0,71	111	0,477
12	1,802	32	1,68	52	1,362	72	0,936	92	0,695	112	0,469
13	1,799	33	1,67	53	1,341	73	0,917	93	0,68	113	0,461
14	1,796	34	1,659	54	1,32	74	0,899	94	0,666	114	0,453
15	1,793	35	1,647	55	1,298	75	0,881	95	0,652	115	0,445
16	1,789	36	1,635	56	1,276	76	0,863	96	0,638	116	0,437
17	1,785	37	1,622	57	1,254	77	0,845	97	0,625	117	0,43
18	1,78	38	1,609	58	1,232	78	0,828	98	0,613	118	0,423
19	1,776	39	1,595	59	1,21	79	0,812	99	0,60	119	0,415
20	1,771	40	1,581	60	1,188	80	0,796	100	0,588	120	0,409

### Ejemplo de Flexo-compresión

Dimensionar en acero la columna del pórtico.



1) se dimensiona a flexión simple:

$$\text{Acero: } Z_x \text{ (mód. de resistencia)} = \frac{M_u}{\phi_b \cdot f_b} = \frac{6,5 \text{ tm}}{21,55 \text{ KN/cm}^2} = 65 \text{ KNm} = 6500 \text{ KNcm} = 301,6 \text{ cm}^3$$

$\phi_b \cdot f_b = 0,9 \cdot 23,50 \text{ KN/cm}^2 = 21,55 \text{ KN/cm}^2$  con  $Z_x$  voy a tablas de perfiles y elijo IPN 220

2) se verifica a flexo-compresión

acero :  $20.000 \text{ KN/cm}^2$

acero: de tablas de perfiles =  $3060 \text{ cm}^4$

$$P_c \text{ (KN)} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{L_e^2} = 1678 \text{ KN}$$

$L_e = \text{longitud de la barra} \cdot k$   
 $L_e = 300 \text{ cm} \times 2 = 600 \text{ cm}$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{N_u}{P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{65 \text{ KN}}{1678 \text{ KN}}} = 1,04$$

$$\lambda_x = \frac{L_e \text{ (longitud efectiva)}}{r_x \text{ (radio de giro máximo)}} = \frac{k \cdot L}{8,8 \text{ cm}} = \frac{300 \text{ cm} \times 2}{8,8 \text{ cm}} = 68 \quad \text{de pág. 65} \quad \phi \cdot f'_{cr} = 15,86 \text{ KN/cm}^2$$

$$\frac{65 \text{ KN}}{39,6 \text{ cm}^2 \cdot 15,86 \text{ KN/cm}^2} + \frac{6500 \text{ KNcm} \cdot 1,04}{21,55 \text{ KN/cm}^2 \cdot 324 \text{ cm}^3} = 0,97 + 0,10 = 1,17 > 1 \quad \text{No verifica!}$$

Hay que adoptar el perfil siguiente y repetir todo el paso 2

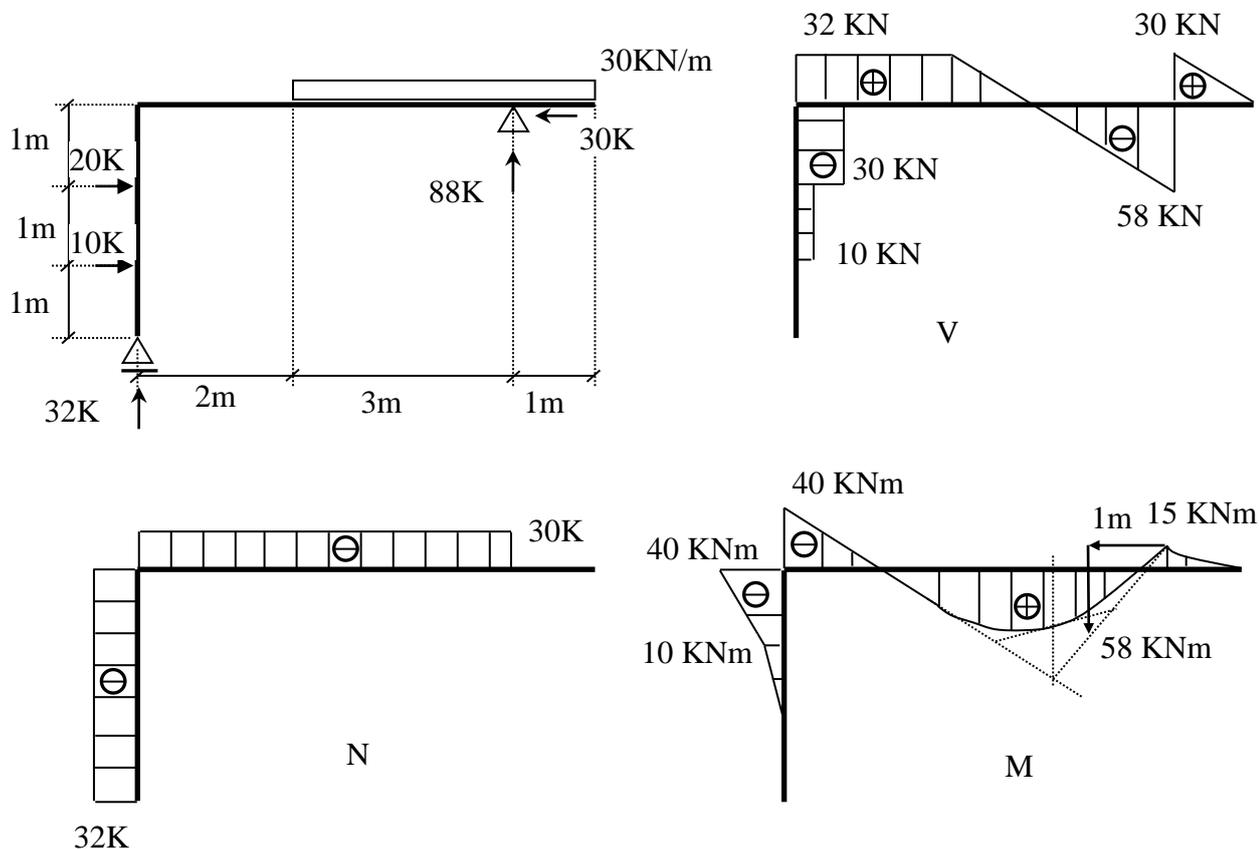
3) Verificación a pandeo

$$\lambda_y = \frac{L_e \text{ (longitud efectiva)}}{r_y \text{ (radio de giro mínimo)}} = \frac{k \cdot L}{r_y} \quad \text{de pág. 65} \quad \phi \cdot f'_{cr} =$$

debe ser  $\frac{N_u}{A_g} < \phi \cdot f'_{cr}$  para que verifique

$A_g$





**Ejemplo de Flexión General:** dimensionar la columna de la izquierda en ACERO PERFIL NORMAL (considerarla biarticulada)

$$1) Z_x = \frac{4000 \text{ KNcm}}{0,9 \cdot 23,50 \text{ KN/cm}^2} = 189 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{PN 200}$$

$$2) P_c = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{(L_e)^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 20.000 \text{ KN/cm}^2 \cdot 2140 \text{ cm}^4}{(300 \text{ cm})^2} = 4688 \text{ KN}$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{N_u}{P_c}} = \frac{0,6}{1 - \frac{32 \text{ KN}}{4688 \text{ KN}}} = 0,6 \text{ adopto } \delta = 1$$

$$\lambda_x = \frac{L_e}{r_x} = \frac{300 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 37,5 \text{ entrando a tablas con } \lambda_x = 38 \quad \phi \cdot f'_{cr} = 18,59 \text{ KN/cm}^2$$

$$\frac{N_u}{\phi \cdot f'_{cr} \cdot A} + \frac{M_u \cdot \delta}{\phi_b \cdot f'_b \cdot Z_x} = \frac{32 \text{ KN}}{18,59 \text{ KN/cm}^2 \cdot 33,5 \text{ cm}^2} + \frac{1 \cdot 4000 \text{ KNcm}}{0,9 \cdot 23,50 \text{ KN/cm}^2 \cdot 250 \text{ cm}^3} = 0,81 \leq 1$$

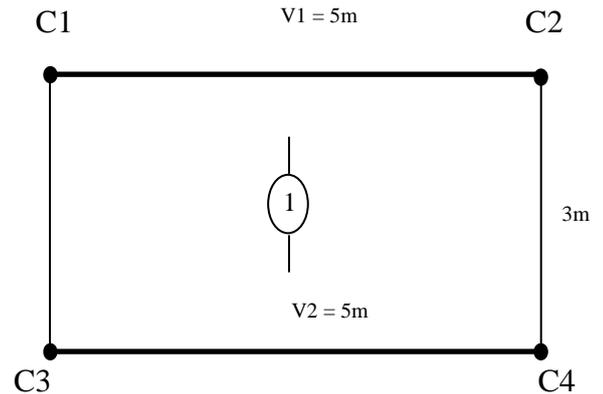
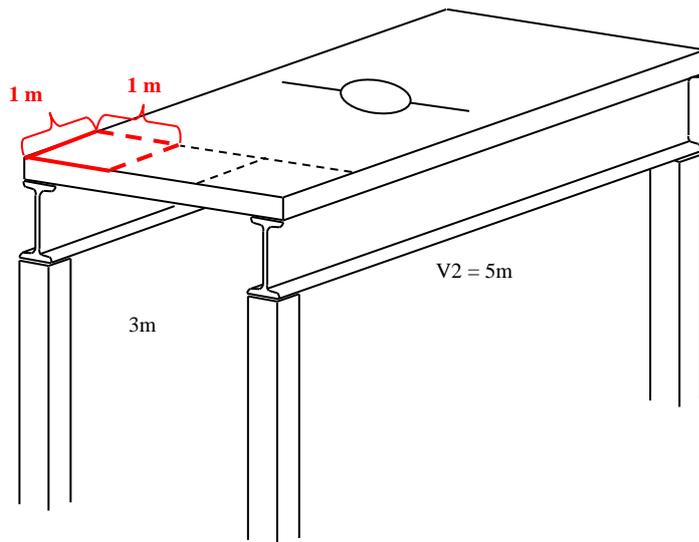
3) Verificación a pandeo

$$\text{Entrando a tablas con } \lambda_y \text{ (coef. de esbeltez)} = \frac{L_e = 300 \text{ cm}}{1,87 \text{ cm}} = 165 \quad \phi \cdot f'_{cr} = 5,41 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{Debe ser: } \frac{N_u}{A} < \phi \cdot f'_{cr} \quad \frac{32 \text{ KN}}{33,5 \text{ cm}^2} = 0,95 \text{ KN/cm}^2 < 5,41 \text{ KN/cm}^2 \text{ verifica}$$

$$4) \text{ Verificación al corte: } \frac{30 \text{ KN}}{0,75 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}} = 2 \text{ KN/cm}^2 < 0,9 \cdot 14,10 \text{ KN/cm}^2 \text{ verifica}$$

### Mayoración de Cargas



Carga permanente (p. propio de la losa, solado, contrapiso, etc)

$$g = 150 \text{ kg/m}^2 = 1,5 \text{ KN/m}^2$$

Sobrecarga (gente, muebles, útiles, etc.) lo fija el código según el destino del local

Sobrecargas en edificios de viviendas (CIRSOC)	Sobrecarga
Azoteas y/o terrazas donde pueden congregarse personas con fines de recreación u observación	300 kg/m <sup>2</sup> = 3 KN/m <sup>2</sup>
Azoteas accesibles	200 kg/m <sup>2</sup> = 2 KN/m <sup>2</sup>
Azoteas inaccesibles	100 kg/m <sup>2</sup> = 1 KN/m <sup>2</sup>
Baños	200 kg/m <sup>2</sup> = 2 KN/m <sup>2</sup>
Balcones	500 kg/m <sup>2</sup> = 5 KN/m <sup>2</sup>
Cocinas	200 kg/m <sup>2</sup> = 2 KN/m <sup>2</sup>
Comedores y lugares de estar	200 kg/m <sup>2</sup> = 2 KN/m <sup>2</sup>
Cubiertas inaccesibles, salvo con fines de mantenimiento	100 kg/m <sup>2</sup> = 1 KN/m <sup>2</sup>
Dormitorios	200 kg/m <sup>2</sup> = 2 KN/m <sup>2</sup>
Escaleras (medidas en protección horizontal)	300 kg/m <sup>2</sup> = 3 KN/m <sup>2</sup>
Rellanos y corredores	300 kg/m <sup>2</sup> = 3 KN/m <sup>2</sup>

Estar:

$$p = 200 \text{ kg/m}^2 = 2 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{O sea, la carga total de la losa es } q = g + p = 150 + 200 = 350 \text{ kg/m}^2 = 3,5 \text{ KN/m}^2$$

La norma LRFD denomina

D (dead: carga muerta) a la carga permanente = 150 kg/m<sup>2</sup> y L (live: carga viva) a la sobrecarga = 200 kg/m<sup>2</sup>.

$$\text{Carga de servicio es la suma de } D + L = q = 350 \text{ kg/m}^2 = 3,5 \text{ KN/m}^2$$

La carga de servicio es la que realmente va a tener la estructura.

Mayoración de cargas: las estructuras no se calculan con las cargas de servicio, que son las verdaderas, sino con unas cargas aumentadas en forma ficticia para tener un margen de seguridad. A las cargas permanentes se las aumenta un 20% y a las sobrecargas un 60% de su valor real. A esta carga aumentada o mayorada se la llama carga última.

$$D: \text{Carga permanente} = 150 \text{ kg/m}^2 \times 1,2 = 180 \text{ kg/m}^2 = 1,8 \text{ KN/m}^2$$

$$L: \text{Sobrecarga} = 200 \text{ kg/m}^2 \times 1,6 = 320 \text{ kg/m}^2 = 3,2 \text{ KN/m}^2$$

$$q_u \text{ (última)} = 180 \text{ kg/m}^2 + 320 \text{ kg/m}^2 = 500 \text{ kg/m}^2 = 5 \text{ KN/m}^2$$

Este resultado debe ser mayor a la carga permanente x 1,4, o sea:

$$150 \text{ kg/m}^2 \times 1,4 = 210 \text{ kg/m}^2$$

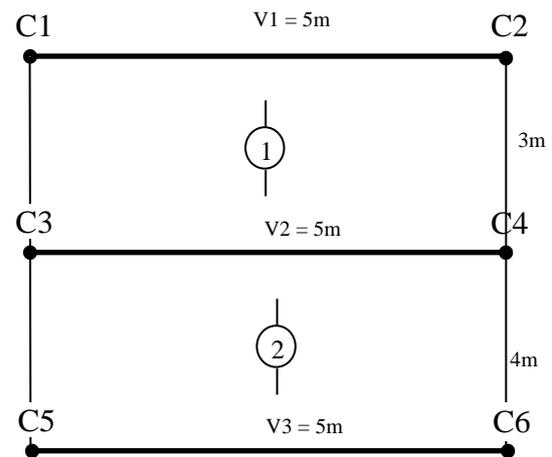
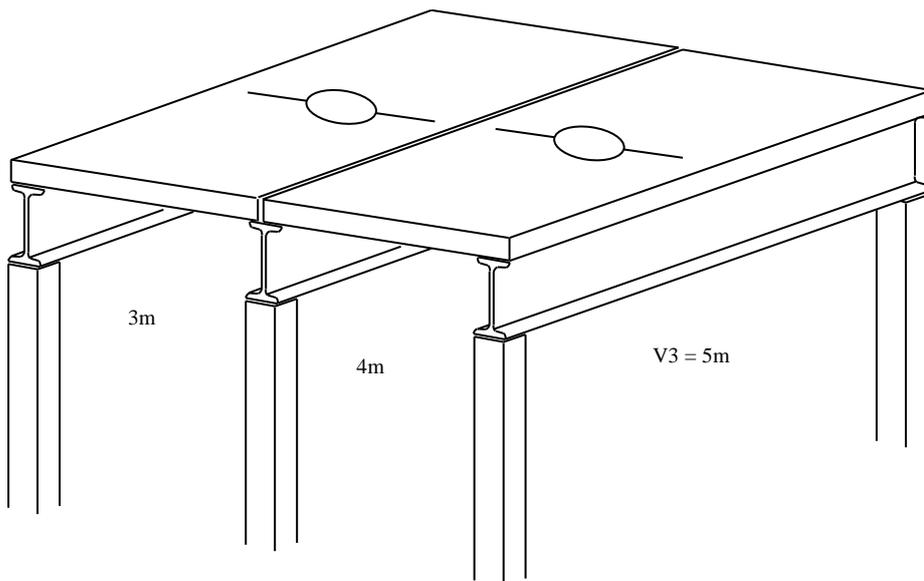
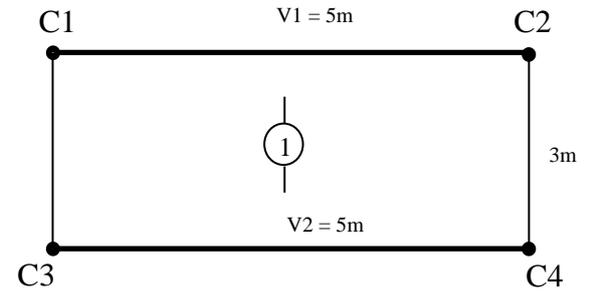
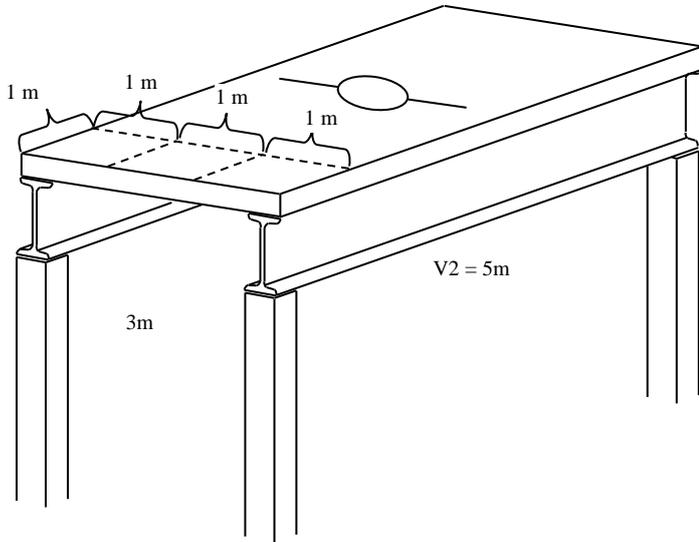
$$\text{O sea que la carga última de esta estructura es } q_u = 500 \text{ kg/m}^2 = 5 \text{ KN/m}^2$$



## Análisis de cargas

Fórmula general:  $q_u \text{ viga} = \frac{q_u \text{ losa} \times L \text{ losa}}{2}$  ( $q_u \text{ losa} = 500 \text{ kg/m}^2 = 5 \text{ KN/m}^2$ )

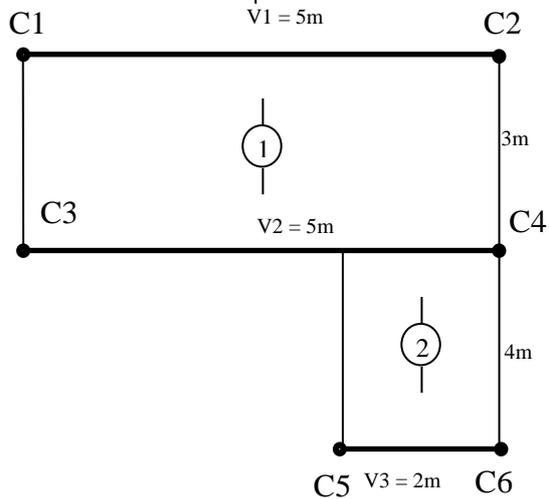
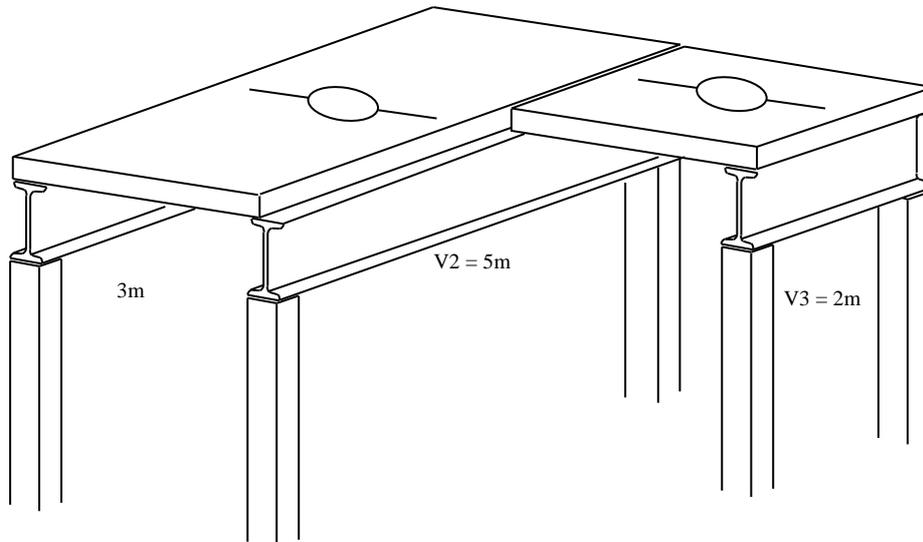
L (Luz): distancia entre apoyos



( $q_u \text{ losa} = 500 \text{ kg/m}^2$ )



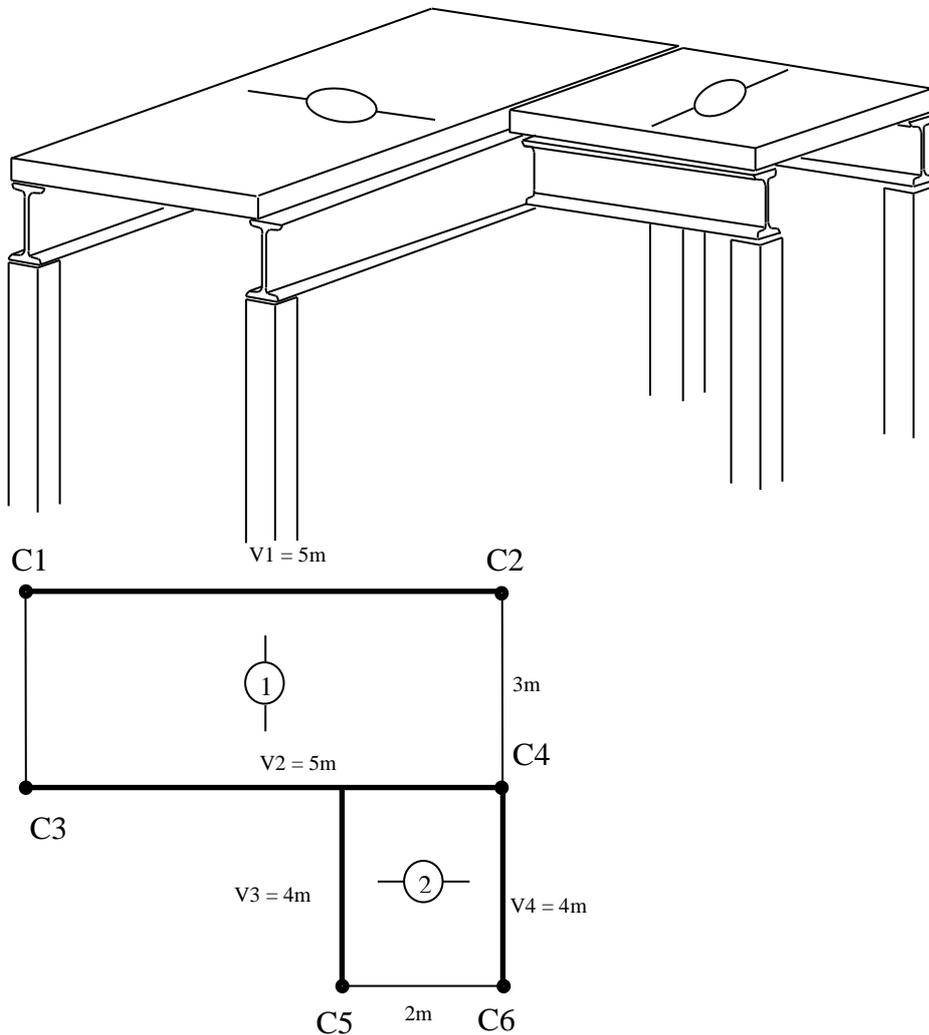
Fórmula general:  $q_u \text{ viga} = \frac{q_u \text{ losa} \times L \text{ losa}}{2}$  (qu losa = 5 KN/m<sup>2</sup>)  
 (peso propio de vigas mayorado = 40 kg/m = 0,40 KN/m)

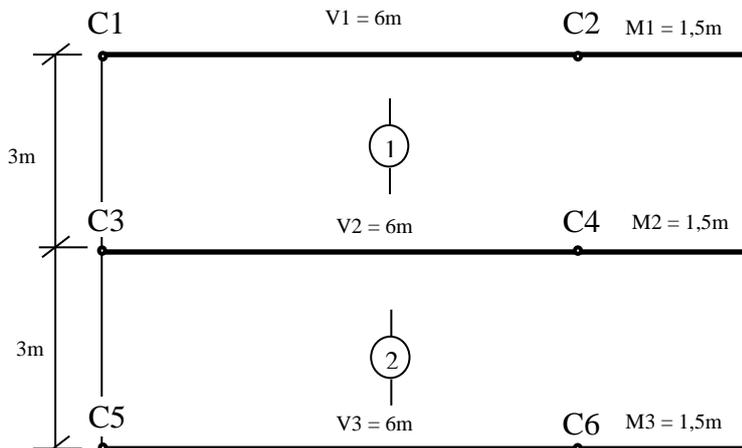
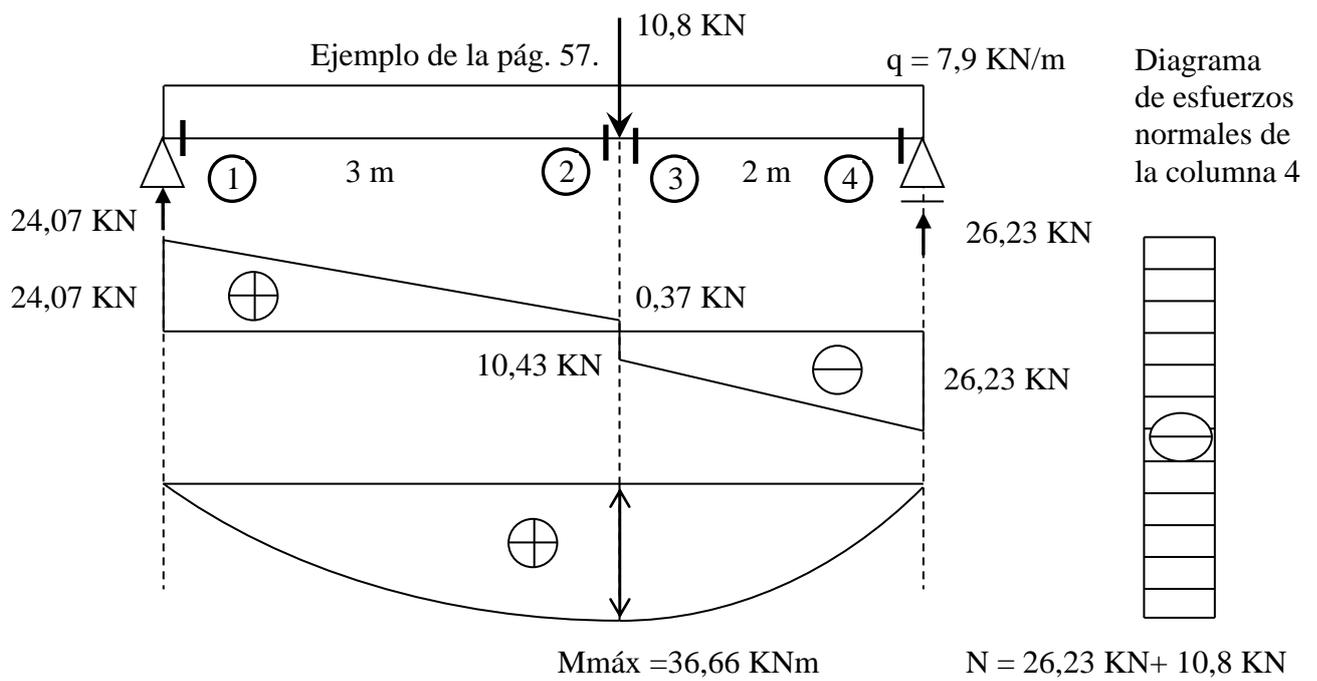
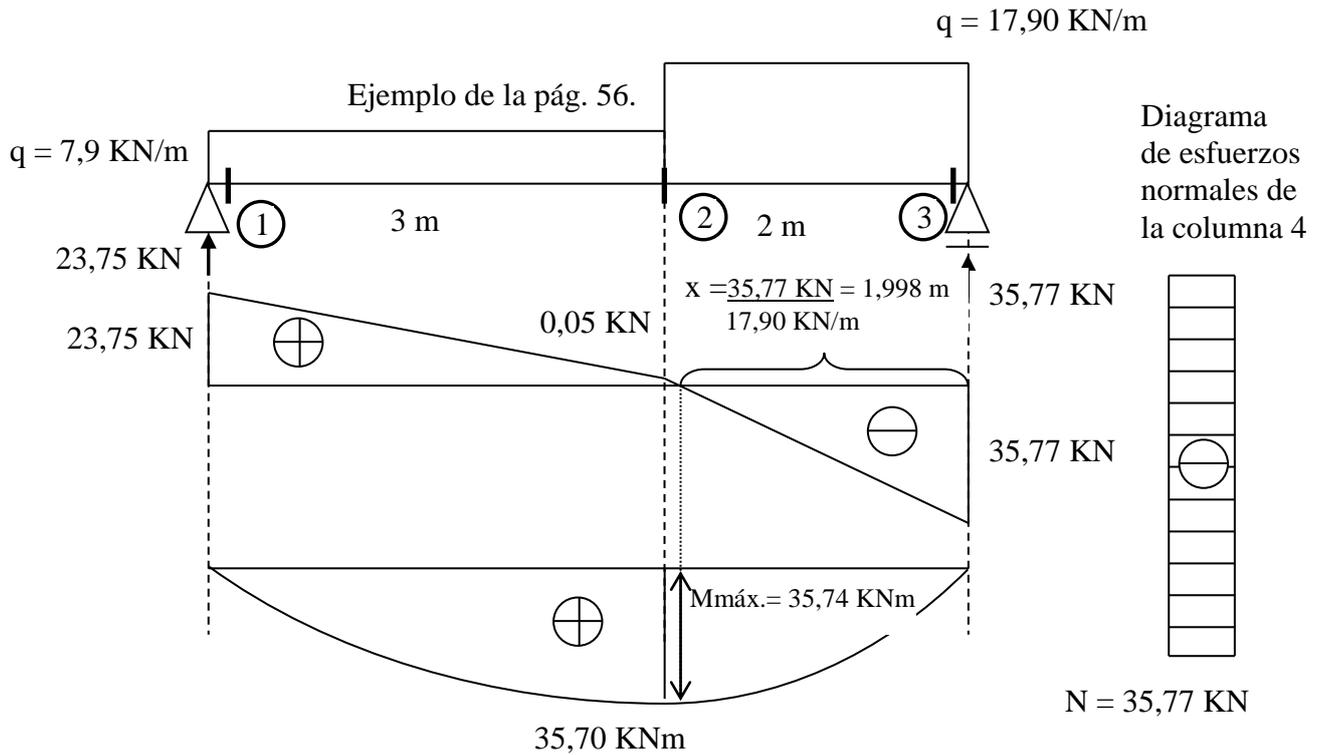


Fórmula general:  $q_u \text{ viga} = \frac{q_u \text{ losa} \times L \text{ losa}}{2}$

( $q_u \text{ losa} = 5 \text{ KN/m}^2$ )

(peso propio de vigas mayorado = 0,40 KN/m)



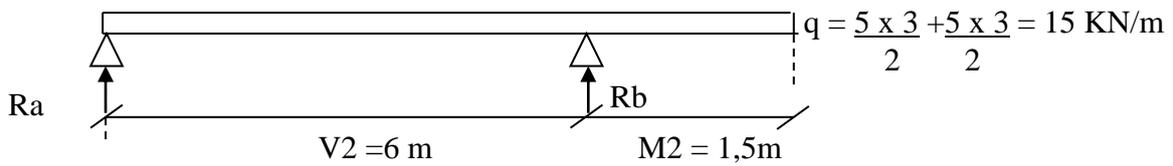


Hallar la carga sobre la columna 4 en planta baja.

Datos:

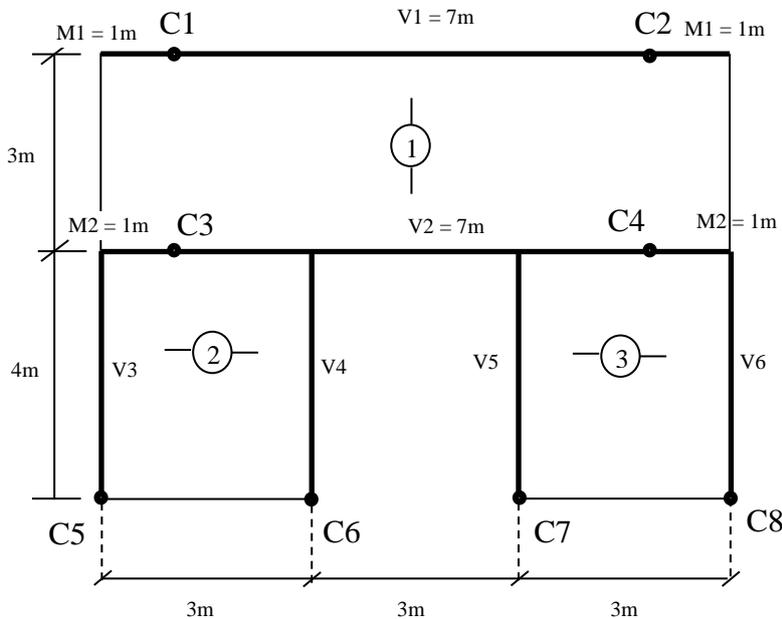
- qu losa = 5 kN/m<sup>2</sup>
- Estructura de planta baja y 4 pisos.
- Se desprecia el peso propio de vigas y columnas





Momentos en A:  $15 \text{ KN/m} \times 7,5 \text{ m} \times 3,75 \text{ m} - R_b \times 6 \text{ m} = 0$       Despejando:  $R_b = 70,31 \text{ KN}$

**Carga sobre C4 = 70,31 KN x 5 (plantas) = 351,55 KN**



Hallar la carga sobre la columna 4 en planta baja.

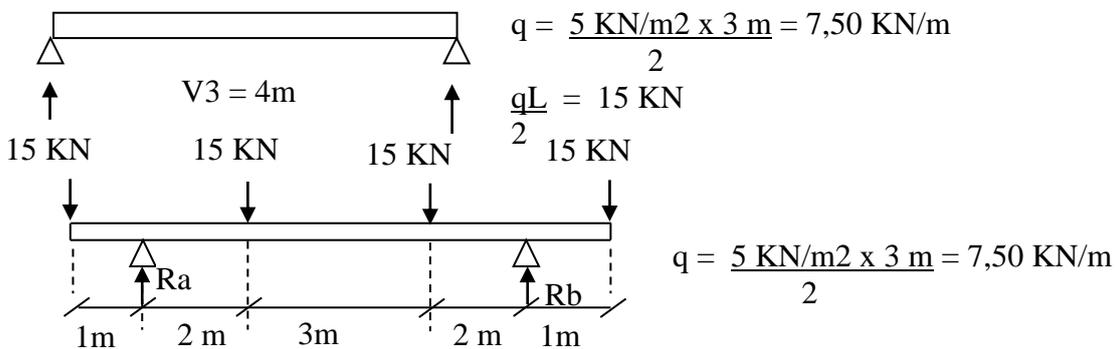
Datos:

qu losa = 5 KN/m<sup>2</sup>

Estructura de planta baja y 4 pisos.

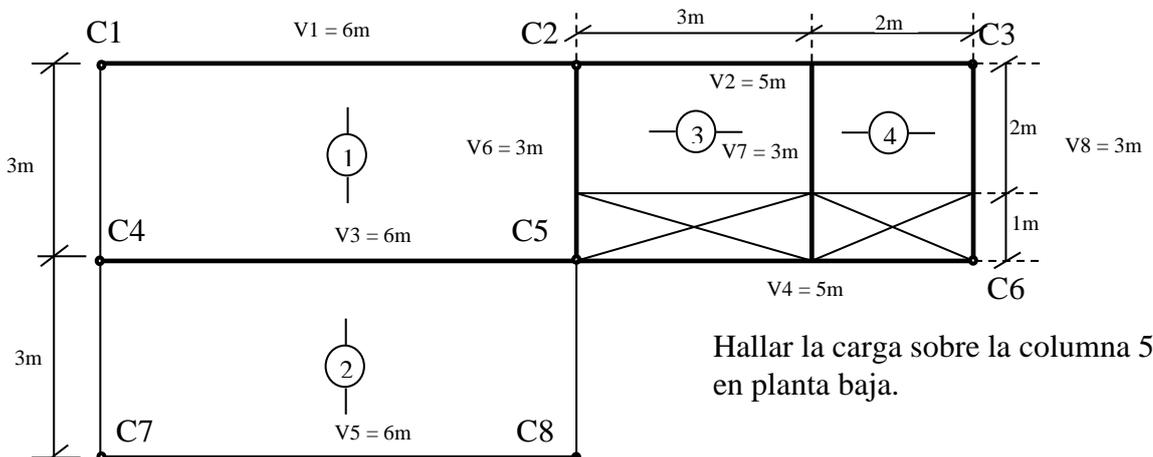
Se desprecia el peso propio de vigas y columnas

Sobre la M2, V2 y M2 apean las V3, 4, 5 y 6



Carga total =  $15 \text{ KN} \times 4 + 7,50 \text{ KN/m} \times 9 \text{ m} = 127,50 \text{ KN}$        $Ra = Rb = 127,50 \text{ KN} / 2 = 63,75 \text{ KN}$

**Carga sobre C4 = 63,75 KN x 5 (plantas) = 318,75 KN**

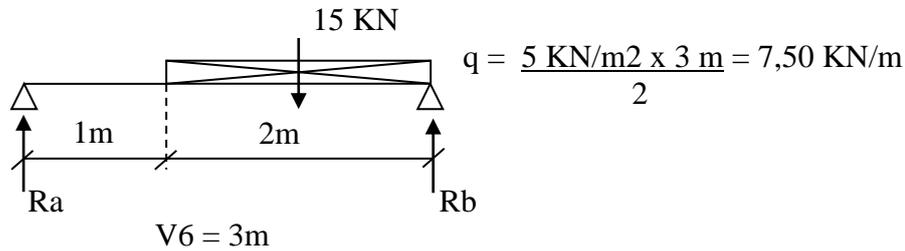


Hallar la carga sobre la columna 5 en planta baja.

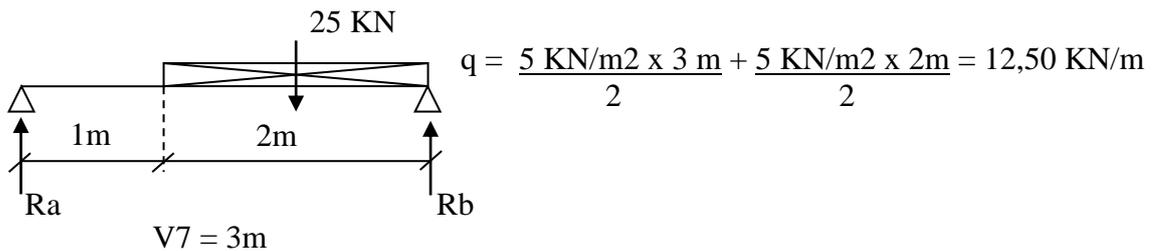


Datos:  $q_{\text{losa}} = 5 \text{ KN/m}^2$  Estructura de planta baja y 4 pisos.  
Se desprecia el peso propio de vigas y columnas

Sobre la C5 apoyan las vigas 3, 4 y 6.



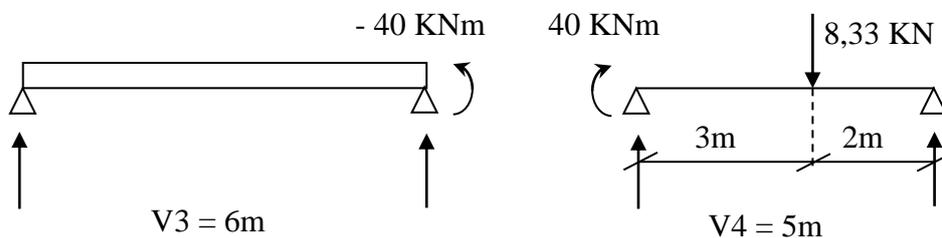
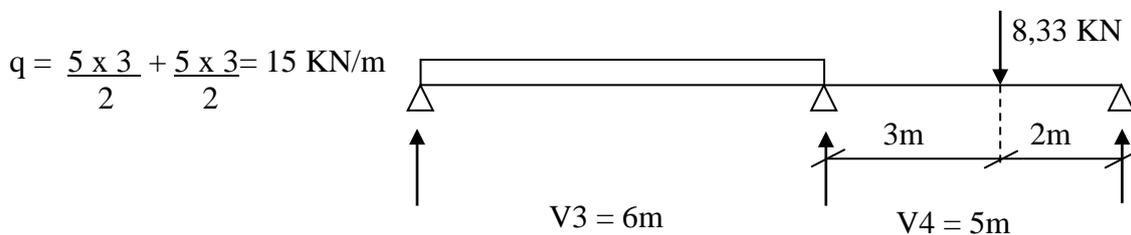
Momentos en B:  $R_a \times 3\text{m} - 15 \text{ KN} \times 1\text{m} = 0$   $R_a = 5 \text{ KN}$



Momentos en B:  $R_a \times 3\text{m} - 25 \text{ KN} \times 1\text{m} = 0$   $R_a = 8,33 \text{ KN}$

Si las vigas 3 y 4 están formadas con un perfil de acero de una tira de 11 metros de largo forman una sola barra hiperestática. En cambio, si están formadas por una tira de 6 metros y otra de 5 metros, son dos vigas isostáticas.

Lo resolveremos suponiendo la primera opción:



Reacciones de vínculo :  $R_a = 38,33 \text{ KN}$   $R_b = 63 \text{ KN}$   $R_c = -3 \text{ KN}$

(la reacción  $R_c$  negativa significa que estaba mal supuesto el sentido)

**Carga sobre C5** =  $(63 \text{ KN} + 5 \text{ KN}) \times 5$  (plantas) = 340 KN



## Variación de longitud (debida a tracción o a compresión)

$$\Delta L = \frac{L \cdot N}{E \cdot A}$$

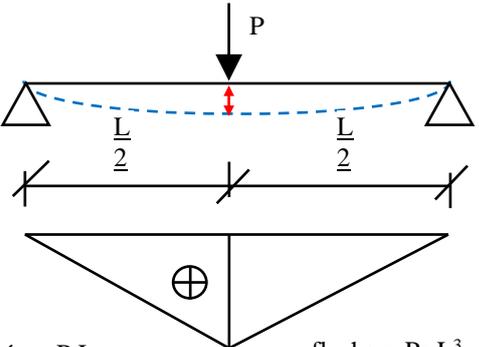
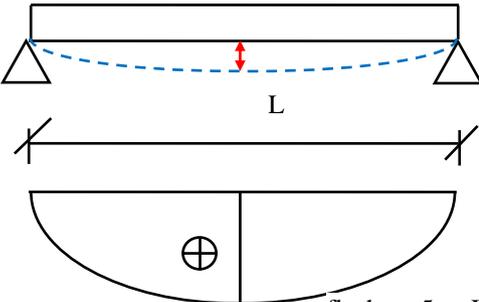
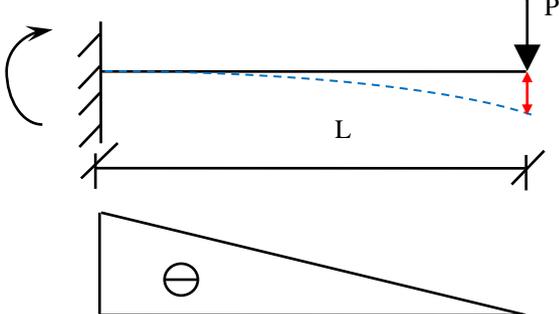
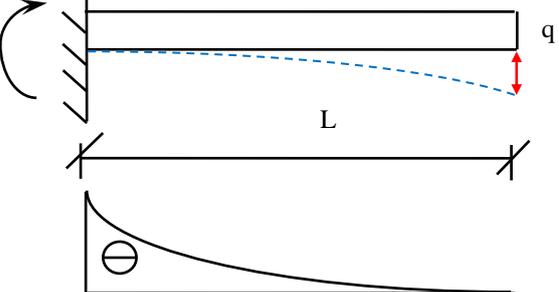
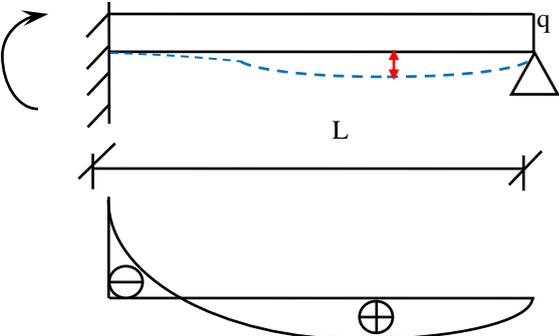
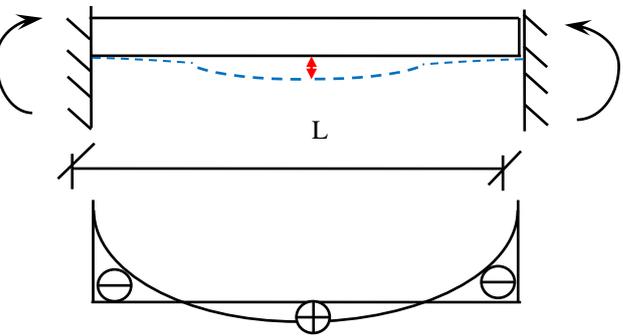
L : longitud inicial

N: esfuerzo normal de servicio

E: módulo de elasticidad (acero: 20.000 KN/cm<sup>2</sup>, madera: 890 KN/cm<sup>2</sup>)

A: sección

**Tabla de momentos máximos y flechas (usar cargas de servicio)**

 <p><math>M_{\text{máx}} = \frac{P \cdot L}{4}</math>      flecha = <math>\frac{P \cdot s \cdot L^3}{48 EI}</math></p>	 <p><math>M_{\text{máx}} = \frac{q \cdot L^2}{8}</math>      flecha = <math>\frac{5 \cdot q \cdot s \cdot L^4}{384 EI}</math></p>
 <p><math>M_{\text{máx}} = P \cdot L</math>      flecha = <math>\frac{P \cdot s \cdot L^3}{3 EI}</math></p>	 <p><math>M_{\text{máx}} = \frac{q \cdot L^2}{2}</math>      flecha = <math>\frac{q \cdot s \cdot L^4}{8 EI}</math></p>
 <p><math>M_{\text{máx}} \ominus \frac{q \cdot L^2}{8}</math>  <math>M_{\text{máx}} \oplus \frac{q \cdot L^2}{14,22}</math>      flecha = <math>\frac{q \cdot s \cdot L^4}{192 EI}</math></p>	 <p><math>M_{\text{máx}} \ominus \frac{q \cdot L^2}{12}</math>  <math>M_{\text{máx}} \oplus \frac{q \cdot L^2}{24}</math>      flecha = <math>\frac{q \cdot s \cdot L^4}{384 EI}</math></p>



**Tensión de Diseño para Barras Comprimidas de Acero en KN/cm<sup>2</sup>- (LRFD)**

$\lambda$	$\phi \cdot f'_{cr}$														
1	19,97	26	19,31	51	17,55	76	14,98	101	12,02	126	9,06	151	6,45	176	4,75
2	19,97	27	19,26	52	17,46	77	14,87	102	11,89	127	8,94	152	6,37	177	4,70
3	19,97	28	19,21	53	17,37	78	14,75	103	11,77	128	8,83	153	6,29	178	4,64
4	19,96	29	19,16	54	17,27	79	14,64	104	11,65	129	8,72	154	6,21	179	4,59
5	19,95	30	19,10	55	17,18	80	14,52	105	11,53	130	8,61	155	6,13	180	4,54
6	19,94	31	19,04	56	17,09	81	14,41	106	11,41	131	8,49	156	6,05	181	4,49
7	19,93	32	18,98	57	16,99	82	14,29	107	11,29	132	8,38	157	5,97	182	4,44
8	19,91	33	18,92	58	16,89	83	14,17	108	11,17	133	8,27	158	5,89	183	4,39
9	19,90	34	18,86	59	16,79	84	14,05	109	11,05	134	8,16	159	5,82	184	4,35
10	19,88	35	18,79	60	16,70	85	13,94	110	10,93	135	8,06	160	5,75	185	4,30
11	19,86	36	18,73	61	16,59	86	13,82	111	10,81	136	7,95	161	5,68	186	4,25
12	19,83	37	18,66	62	16,49	87	13,70	112	10,69	137	7,84	162	5,61	187	4,21
13	19,81	38	18,59	63	16,39	88	13,58	113	10,57	138	7,73	163	5,54	188	4,16
14	19,78	39	18,52	64	16,29	89	13,46	114	10,45	139	7,62	164	5,47	189	4,12
15	19,75	40	18,44	65	16,18	90	13,34	115	10,33	140	7,51	165	5,41	190	4,08
16	19,72	41	18,37	66	16,08	91	13,22	116	10,22	141	7,40	166	5,34	191	4,03
17	19,69	42	18,29	67	15,97	92	13,10	117	10,10	142	7,30	167	5,28	192	3,99
18	19,66	43	18,22	68	15,86	93	12,98	118	9,98	143	7,20	168	5,21	193	3,95
19	19,62	44	18,14	69	15,76	94	12,86	119	9,86	144	7,10	169	5,15	194	3,91
20	19,58	45	18,06	70	15,65	95	12,74	120	9,75	145	7,00	170	5,09	195	3,87
21	19,54	46	17,98	71	15,54	96	12,62	121	9,63	146	6,90	171	5,03	196	3,83
22	19,50	47	17,89	72	15,43	97	12,50	122	9,52	147	6,81	172	4,97	197	3,79
23	19,46	48	17,81	73	15,32	98	12,38	123	9,40	148	6,72	173	4,92	198	3,75
24	19,41	49	17,72	74	15,21	99	12,26	124	9,28	149	6,63	174	4,86	199	3,72
25	19,36	50	17,64	75	15,09	100	12,14	125	9,17	150	6,54	175	4,81	200	3,68

**Tensión de Diseño para Compresión en Madera en KN/ cm<sup>2</sup>(LRFD)**

$\lambda$	$\phi \cdot f'_{cr}$										
1	1,819	21	1,765	41	1,566	61	1,17	81	0,78	101	0,577
2	1,819	22	1,759	42	1,55	62	1,14	82	0,764	102	0,565
3	1,818	23	1,753	43	1,534	63	1,12	83	0,749	103	0,555
4	1,817	24	1,747	44	1,517	64	1,10	84	0,734	104	0,544
5	1,816	25	1,74	45	1,499	65	1,08	85	0,72	105	0,534
6	1,815	26	1,733	46	1,481	66	1,06	86	0,706	106	0,524
7	1,813	27	1,725	47	1,463	67	1,04	87	0,692	107	0,514
8	1,812	28	1,717	48	1,444	68	1,02	88	0,679	108	0,504
9	1,81	29	1,709	49	1,424	69	0,995	89	0,666	109	0,495
10	1,808	30	1,70	50	1,404	70	0,975	90	0,653	110	0,486
11	1,805	31	1,69	51	1,383	71	0,956	91	0,71	111	0,477
12	1,802	32	1,68	52	1,362	72	0,936	92	0,695	112	0,469
13	1,799	33	1,67	53	1,341	73	0,917	93	0,68	113	0,461
14	1,796	34	1,659	54	1,32	74	0,899	94	0,666	114	0,453
15	1,793	35	1,647	55	1,298	75	0,881	95	0,652	115	0,445
16	1,789	36	1,635	56	1,276	76	0,863	96	0,638	116	0,437
17	1,785	37	1,622	57	1,254	77	0,845	97	0,625	117	0,43
18	1,78	38	1,609	58	1,232	78	0,828	98	0,613	118	0,423
19	1,776	39	1,595	59	1,21	79	0,812	99	0,60	119	0,415
20	1,771	40	1,581	60	1,188	80	0,796	100	0,588	120	0,409



# Perfil DobleT normal (alas angostas)

$I_x, I_y$  : momentos de inercia

$$S_x = \frac{I_x}{y_{m\acute{a}x} = d/2}$$

$$S_y = \frac{I_y}{x_{m\acute{a}x} = b/2}$$

módulos de resistencia elásticos  
(se usan para hallar los diagramas de tensiones)

$$r_x = \sqrt{I_x / A}$$

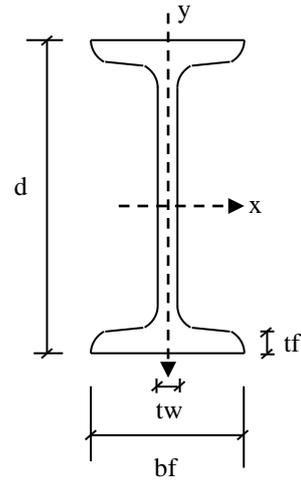
$$r_y = \sqrt{I_y / A}$$

radios de giro

$Q_x$  : momento estático de la mitad de la sección

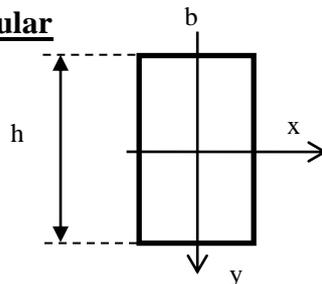
$Z_x$  ( $Z_x = 2 \times Q_x$ )  $Z_y$  : módulos de resistencia plásticos (sólo se usan para dimensionar)

Z: coeficiente de forma =  $Ag^2 / I$  mínimo



Designación	Dimensiones				Área de la Sección Ag	Peso Kg/m	Ix cm <sup>4</sup>	Sx cm <sup>3</sup>	rx cm	Zx cm <sup>3</sup>	Iy cm <sup>4</sup>	Sy cm <sup>3</sup>	ry cm	Zy cm <sup>3</sup>	Qx cm <sup>3</sup>	Z	Designación
	d cm	bf cm	tw cm	tf cm													
80	8	4,2	0,39	0,59	7,58	5,95	77,8	19,5	3,2	22,8	6,3	3,0	0,91	4,93	11,4	9,13	80
100	10	5	0,45	0,68	10,6	8,32	171	34,2	4,0	39,8	12,2	4,9	1,07	8,04	19,9	9,21	100
120	12	5,8	0,51	0,77	14,2	11,1	328	54,7	4,8	63,6	21,5	7,4	1,23	12,24	31,8	9,38	120
140	14	6,6	0,57	0,86	18,3	14,4	573	81,9	5,6	95,4	35,2	10,7	1,40	17,70	47,7	9,51	140
160	16	7,4	0,63	0,95	22,8	17,9	935	117	6,4	136	54,7	14,8	1,55	24,55	68	9,5	160
180	18	8,2	0,69	1,04	27,9	21,9	1450	161	7,2	187	81,3	19,8	1,71	33,00	93,4	9,57	180
200	20	9	0,75	1,13	33,5	26,3	2140	214	8,0	250	117	26,0	1,87	43,16	125	9,59	200
220	22	9,8	0,81	1,22	39,6	31,1	3060	278	8,8	324	162	33,1	2,02	55,21	162	9,68	220
240	24	10,6	0,87	1,31	46,1	36,2	4250	354	9,6	412	221	41,7	2,20	69,37	206	9,62	240
260	26	11,3	0,94	1,41	53,4	41,9	5740	442	10,4	514	288	51,0	2,32	85,11	257	9,90	260
280	28	11,9	1,01	1,52	61,1	48,0	7590	542	11,1	632	364	61,2	2,49	102,1	316	10,1	280
300	30	12,5	1,08	1,62	69,1	54,2	9800	653	11,9	762	451	72,2	2,56	120,6	381	10,6	300
320	32	13,1	1,15	1,73	77,8	61,1	12510	782	12,7	914	555	84,7	2,67	141,9	457	10,9	320
340	34	13,7	1,22	1,82	86,8	68,1	15700	923	13,5	1080	674	98,4	2,80	164,7	540	11,2	340
360	36	14,3	1,3	1,95	97,1	76,2	19610	1090	14,2	1276	818	114	2,90	191,9	638	11,5	360
380	38	14,9	1,37	2,05	107	84,0	24010	1260	15,0	1482	975	131	3,02	219,6	741	11,7	380
400	40	15,5	1,44	2,16	118	92,6	29210	1460	15,7	1714	1160	150	3,13	251,0	857	12,0	400
425	42,5	16,3	1,53	2,3	132	104	36970	1740	16,7	2040	1440	177	3,30	296,2	1020	12,1	425
450	45	17	1,62	2,41	147	115	45850	2040	17,7	2400	1730	204	3,43	341,4	1200	12,5	450
475	47,5	17,8	1,71	2,56	163	128	56480	2380	18,6	2800	2090	235	3,60	394,9	1400	12,7	475
500	50	18,5	1,8	2,7	180	141	68740	2750	19,6	3240	2480	268	3,72	451,4	1620	13,1	500
550	55	20	1,9	3	213	167	99180	3610	21,6	4240	3490	349	4,02	584,6	2120	13,0	550
600	60	21,5	2,1	3,24	254	199	139000	4630	23,4	5460	4670	434	4,30	736,7	2730	13,8	600

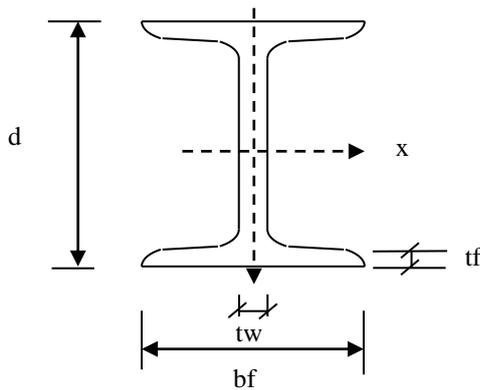
## Sección rectangular



Ag	Ix	Sx	rx	Iy	Sy	ry
b.h	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{b \cdot h^2}{6}$	$\frac{h}{3,47}$	$\frac{b^3 \cdot h}{12}$	$\frac{b^2 \cdot h}{6}$	$\frac{b}{3,47}$



## Perfil Doble T Grey (alas anchas)



$I_x, I_y$  : momentos de inercia

$$S_x = \frac{I_x}{y_{\text{máx}}}$$

$$y_{\text{máx}} = d/2$$

módulos de resistencia elásticos  
(se usan para hallar los diagramas de tensiones)

$$S_y = \frac{I_y}{x_{\text{máx}}}$$

$$x_{\text{máx}} = b/2$$

$$r_x = \sqrt{I_x / A}$$

radios de giro

$$r_y = \sqrt{I_y / A}$$

$Q_x$  : momento estático de la mitad de la sección

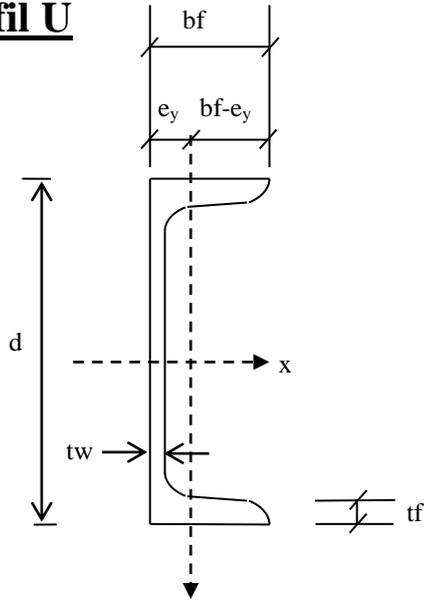
$Z_x (= 2 \times Q_x)$   $Z_y$  : módulos de resistencia plásticos (sólo se usan para dimensionar)

$Z$ : coeficiente de forma =  $Ag^2 / I$  mínimo

Designación	Dimensiones				Área de la Sección Ag cm <sup>2</sup>	Peso Kg/m	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Q <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z
	d	bf	tw	tf										
	cm	cm	cm	cm										
100	10	10	1	5,6	26	20,4	450	90	4,16	52,1	104	167	2,53	4,05
120	12	12	1,1	7,4	34	26,7	864	144	5,04	82,6	165	318	3,06	3,64
140	14	14	1,2	9,2	43	33,8	1510	216	5,93	123	246	550	3,58	3,36
160	16	16	1,3	10,4	54,3	42,6	2490	311	6,77	177	354	889	4,05	3,32
180	18	18	1,4	12,2	65,3	51,3	3830	426	7,66	241	482	1360	4,56	3,14
200	20	20	1,5	13,4	78,1	61,3	5700	570	8,54	321	642	2000	5,06	3,05
220	22	22	1,6	15,2	91	71,4	8090	735	9,43	414	828	2840	5,59	2,92
240	24	24	1,7	16,4	106	83,2	11260	938	10,3	427	854	3920	6,08	2,87
260	26	26	1,8	17,7	118	93	14920	1148	11,2	641	1282	5130	6,59	2,71
280	28	28	1,8	19,6	131	103	19270	1376	12,1	767	1534	6590	7,09	2,60
300	30	30	1,9	20,8	149	117	25170	1678	13,0	934	1868	8560	7,58	2,59
320	32	32	2,1	22,5	161	126	30820	1926	13,8	1070	2140	9240	7,58	2,81
340	34	34	2,2	24,3	171	134	36660	2156	14,6	1200	2400	9690	7,53	3,02
360	36	36	2,3	26,1	181	142	43190	2399	15,4	1340	2680	10140	7,48	3,23
400	40	40	2,4	29,8	198	155	57680	2884	17,1	1620	3240	10820	7,39	3,62
450	45	45	2,6	34,4	218	171	79890	3551	19,1	1990	3980	11720	7,33	4,05
500	50	50	2,8	39	239	188	107200	4288	21,2	2410	4820	12620	7,27	4,53
550	55	55	2,9	43,8	254	199	136700	4971	23,2	2800	5600	13080	7,18	4,93
600	60	60	3	48,6	270	212	171000	5700	25,2	3210	6420	13530	7,08	5,39
650	65	65	3,1	53,4	286	225	210600	6480	27,1	3660	7320	13980	6,99	5,85
700	70	70	3,2	58,2	306	240	256900	7340	29,0	4160	8320	14440	6,87	6,48
800	80	80	3,3	67,4	334	262	359100	8978	32,8	5110	10220	14900	6,68	7,49
900	90	90	3,5	77	371	291	494100	10980	36,5	5290	10580	15820	6,53	8,70
1000	100	100	3,6	86,8	400	314	644700	12894	40,1	7430	14860	16280	6,38	9,83



**Perfil U**



$I_x I_y$  momentos de inercia

$S_x S_y$  módulos resistentes elásticos

$r_x r_y$  radios de giro

$Q_x$  momento estático de la mitad de la sección

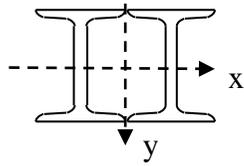
$e_y$  distancia del baricentro al eje Y

$Z_x$  módulo resistente plástico =  $2 \times Q_x$

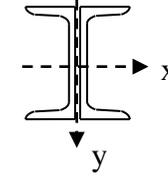
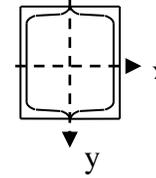
Z: coeficiente de forma =  $A g^2 / I$  mínimo

Desig-nación	Dimensiones					Área de la Sección A cm <sup>2</sup>	Peso Kg/m	Para el eje de flexión						Qx cm <sup>3</sup>	ey cm	bf-ey cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	Z
	d cm	bf cm	tw cm	tf cm	r1 cm			x-x			y-y							
								Ix cm <sup>4</sup>	Sx cm <sup>3</sup>	rx cm	Iy cm <sup>4</sup>	Sy cm <sup>3</sup>	ry cm					
30	3	3,3	0,5	0,7	0,35	5,44	4,27	6,39	4,26	1,08	5,33	3	0,99	-	1,31	1,99		5,55
40	4	3,5	0,5	0,7	0,35	6,21	4,87	14,1	7,05	1,5	6,68	3	1,04	-	1,35	2,15		5,77
50	5	3,8	0,5	0,7	0,35	7,12	5,59	26,4	10,6	1,92	9,12	4	1,13	-	1,37	2,43		5,56
60	6	4,2	0,55	0,75	0,4	9,03	7,09	57,5	19,2	2,52	14,1	5	1,25	-	1,42	2,78		5,78
80	8	4,5	0,6	0,8	0,4	11	8,64	106	26,5	3,1	19,4	6	1,33	15,9	1,45	3,05	31,8	6,24
100	10	5	0,6	0,85	0,45	13,5	10,6	206	41,2	3,91	29,3	8	1,47	24,5	1,55	3,45	49	6,22
120	12	5,5	0,7	0,9	0,45	17	13,3	364	60,7	4,62	43,2	11	1,59	36,3	1,6	3,9	72,6	6,69
140	14	6	0,7	1	0,5	20,4	16	605	86,4	5,45	62,7	15	1,75	51,4	1,75	4,25	103	6,61
160	16	6,5	0,7	1,05	0,55	24	18,8	925	116	6,21	85,3	18	1,89	68,8	1,84	4,66	138	6,75
180	18	7	0,8	1,1	0,55	28	22	1350	150	6,95	114	22	2,02	89,6	1,92	5,08	179	6,88
200	20	7,5	0,85	1,15	0,6	32,2	25,3	1910	191	7,7	148	27	2,14	114	2,01	5,49	228	7,01
220	22	8	0,9	1,25	0,65	37,4	29,4	2690	245	8,48	197	34	2,3	146	2,14	5,86	292	7,1
240	24	8,5	0,95	1,3	0,65	42,3	33,2	3600	300	9,27	246	40	2,42	179	2,23	6,27	358	7,21
260	26	9	1	1,4	0,7	48,3	37,9	4820	371	9,99	317	48	2,56	221	2,36	6,64	442	7,36
280	28	9,5	1	1,5	0,75	53,3	41,8	6280	449	10,9	399	57	2,74	266	2,43	7,07	532	7,12
300	30	10	1	1,6	0,8	58,8	46,2	8030	535	11,7	495	68	2,9	316	2,7	7,3	632	6,98
320	32	10	1	1,75	0,87	75,8	59,5	10870	679	12,1	597	81	2,81	413	2,6	7,4	826	9,21
350	35	10	1,4	1,6	0,8	77,3	60,7	12840	734	12,9	520	75	2,72	459	2,4	7,6	918	10,5
380	38	10,2	1,33	1,6	1,12	79,7	62,6	15730	828	14,1	613	78	2,78	507	2,35	7,85	1014	10,3
400	40	11	1,4	1,8	0,9	91,5	71,8	20350	1018	14,9	816	102	3,04	618	2,65	8,35	1236	9,9





## Tablas de Perfiles Adosados



Número	A	I <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	r <sub>x</sub>	I <sub>y</sub>	S <sub>y</sub>	r <sub>y</sub>	Z <sub>x</sub>
	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>
80	15,2	155,6	38,9	3,20	79,46	37,84	2,3	45,6
100	21,2	342	68,4	4,02	156,9	62,76	2,7	79,6
120	28,4	656	109	4,80	281,8	97,19	3,2	127,2
140	36,6	1146	164	5,60	469	142,1	3,6	190,8
160	45,6	1870	234	6,40	733,7	198,3	4,0	272
180	55,8	2900	322	7,21	1101	268,4	4,4	374
200	67	4280	428	7,99	1591	353,5	4,9	500
220	79,2	6120	556	8,79	2226	454,2	5,3	648
240	92,2	8500	708	9,60	3032	572,1	5,7	824
260	107	11480	883	10,37	3985	705,4	6,1	1028
280	122	15180	1084	11,15	5054	849,4	6,4	1264
300	138	19600	1307	11,91	6300	1008	6,8	1524
320	156	25020	1564	12,68	7786	1189	7,1	1828
340	174	31400	1847	13,45	9494	1386	7,4	2160
360	194	39220	2179	14,21	11564	1617	7,7	2552
380	214	48020	2527	14,98	13828	1856	8,0	2964
400	236	58420	2921	15,73	16495	2128	8,4	3428
425	264	73940	3480	16,74	20416	2505	8,8	4080
450	294	91700	4076	17,66	24702	2906	9,2	4800
475	326	112960	4756	18,61	30002	3371	9,6	5600
500	360	137480	5499	19,54	35763	3866	10,0	6480
550	426	198360	7213	21,58	49580	4958	10,8	8480
600	508	278000	9267	23,39	68046	6330	11,6	10920

Número	A	I <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	r <sub>x</sub>	I <sub>y</sub>	S <sub>y</sub>	r <sub>y</sub>	Z <sub>x</sub>
	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>
30	10,9	12,78	8,52	1,08	53,75	16,3	2,22	
40	12,4	28,2	14,1	1,51	70,77	20,2	2,39	
50	14,2	52,8	21,1	1,93	102,3	26,9	2,68	
60	18,1	115	38,3	2,52	167,8	39,9	3,05	
80	22	212	53	3,1	243,5	54,1	3,33	63,6
100	27	412	82,4	3,91	380	76	3,75	98
120	34	728	121	4,63	603,5	110	4,21	145,2
140	40,8	1210	173	5,45	862,4	144	4,6	206
160	48	1850	231	6,21	1213	187	5,03	276
180	56	2700	300	6,94	1673	239	5,47	358
200	64,4	3820	382	7,7	2237	298	5,89	456
220	74,8	5380	489	8,48	2963	370	6,29	584
240	84,6	7200	600	9,23	3818	449	6,72	716
260	96,6	9640	742	9,99	4893	544	7,12	884
280	107	12560	897	10,9	6126	645	7,58	1064
300	118	16060	1071	11,7	7257	726	7,86	1264
320	152	21740	1359	12	9496	950	7,91	1652
350	155	25680	1467	12,9	9970	997	8,03	1836
380	159	31460	1656	14	11049	1083	8,33	2028
400	183	40700	2035	14,9	14391	1308	8,87	2472

I <sub>y</sub>	S <sub>y</sub>	r <sub>y</sub>	Z <sub>x</sub>
cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>
29,3	8,89	1,64	
36	10,3	1,7	
45	11,8	1,78	
64,6	15,4	1,89	
85,1	18,9	1,97	63,6
123	24,7	2,14	98
173	31,5	2,26	145,2
250	41,7	2,48	206
333	51,2	2,63	276
434	62,1	2,79	358
556	74,2	2,94	456
737	92,1	3,14	584
913	107	3,28	716
1172	130	3,48	884
1427	150	3,66	1064
1847	185	3,96	1264
2219	222	3,83	1652
1930	193	3,53	1836
2106	206	3,64	2028
2917	265	3,99	2472

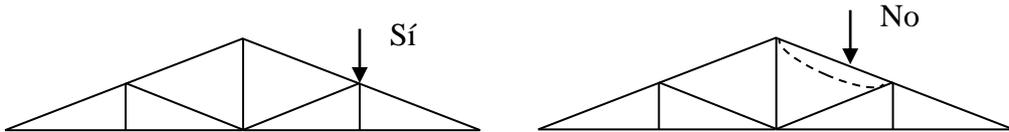
## Reticulados

Son estructuras formadas por barras que trabajan exclusivamente a esfuerzo normal de tracción o compresión, o sea, no hay flexión (momento flexor) ni corte (esfuerzo de corte).

### Hipótesis de Reticulado

Para que una estructura sea considerada un reticulado debe cumplir las siguientes condiciones:

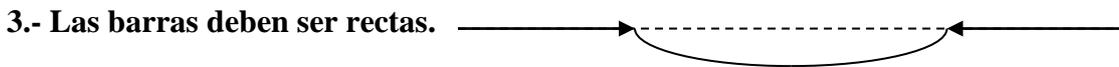
**1.- Las cargas deben ir aplicadas en los nudos.**



Es para que en las barras solo haya tracción o compresión; en la figura de la derecha, la barra resulta flexionada. Si hay flexión, no es un reticulado.

**2.- Los nudos se suponen articulados.**

Es para que cuando se verifica a pandeo en las barras comprimidas, la longitud de pandeo sea igual a la longitud de la barra.

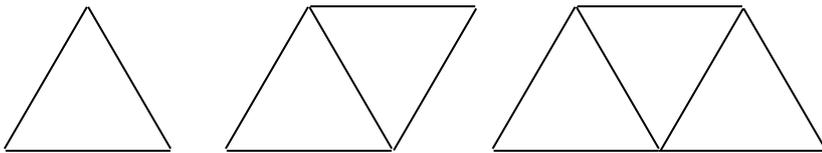


Si fueran curvas, habría flexión. Si hay flexión, no es un reticulado.

**4.- Las barras deben formar triángulos.**

Con las barras formando triángulos se asegura la indeformabilidad.

**5.- Relación entre el número de barras y el de vértices.**

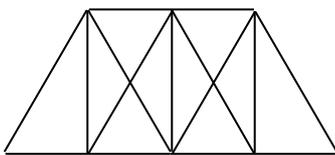


3 barras  
3 vértices

5 barras  
4 vértices

7 barras  
5 vértices

$$\text{número de barras} = 2 \times \text{número de vértices} - 3$$



En esta última figura no se cumple esta relación; no se resuelve como reticulado.



## Los diez postulados o hipótesis fundamentales de la Resistencia de Materiales

En Resistencia de Materiales se considera que todos los materiales cumplen con los siguientes postulados o hipótesis.

Si no se cumple alguna de estas hipótesis, no son válidas las fórmulas que usamos para el dimensionamiento.

### 1.- Postulado Fundamental de la Resistencia de Materiales

Es acerca de la existencia de pequeñas fuerzas internas que aparecen al aplicarle fuerzas externas y que equilibran a estas últimas. Si no existieran, el cuerpo se rompería o no tomaría carga.

Es algo que sólo se presenta en los sólidos. En los gases y los líquidos no se existen estas fuerzas..

### 2.- Equilibrio Elástico

Se supone que las tensiones no pasan del límite de elasticidad.

El límite de elasticidad es un punto del diagrama que ya hemos visto anteriormente y que garantiza que al retirar las cargas, desaparecen las deformaciones y el cuerpo recupera su dimensión original..

Cuando las fuerzas internas o tensiones ( es lo mismo ) no pasan del valor límite de elasticidad hay Equilibrio Elástico.

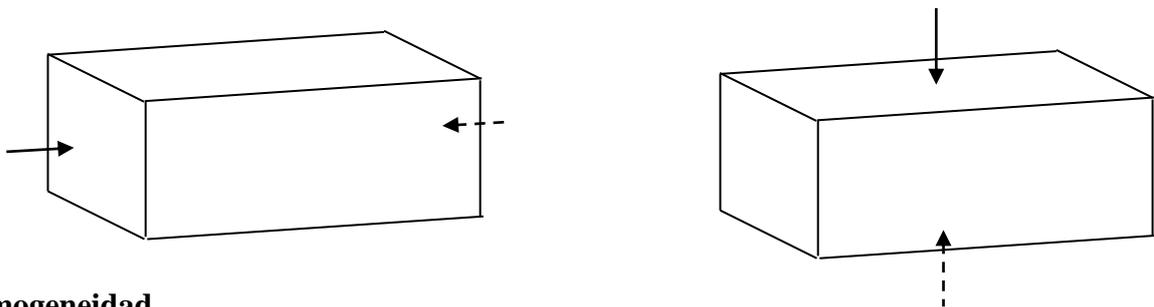
### 3.- Isotropía

Se supone que los materiales utilizados son isótropos.

Hay isotropía, cuando las propiedades elásticas son las mismas en todas las direcciones que pasan por un punto.

La madera, por ejemplo, no es isótropa debido a su estructura fibrosa: una viga de madera se comporta distinto si se la carga de costado o de punta.

También es anisótropa la albañilería. Isótropos son el acero fundido y el aluminio.



### 4.- Homogeneidad

Se supone que los materiales utilizados son homogéneos.

Un material es homogéneo cuando tiene las mismas propiedades en todos los puntos.

La madera (sin nudos) es un material homogéneo, también lo son los metales y el hormigón.

El hormigón armado es un material heterogéneo y por eso no se pueden usar para su dimensionamiento las fórmulas que hemos visto en este apunte.

### 5.- Elasticidad



Se supone que los materiales utilizados son elásticos.

Al aplicar una carga sobre un cuerpo este se deforma,. Si al retirar la carga, el cuerpo recupera sus dimensiones originales ( no queda ninguna deformación) se dice que es elástico.

No hay materiales perfectamente elásticos. Siempre queda una deformación aunque sea pequeña.

Materiales que se aproximan mucho a un comportamiento elástico son el acero y el aluminio, dentro de los valores de cargas usuales.

## 6.- Ley de Hooke

Dice que las deformaciones son proporcionales s a las cargas: para una carga determinada habrá una deformación, para doble carga, doble deformación, etc.

Esto se cumple aproximadamente en el acero. No se cumple en el hormigón.

La expresión matemática es:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$

### .- Ley de Bernoulli - Navier

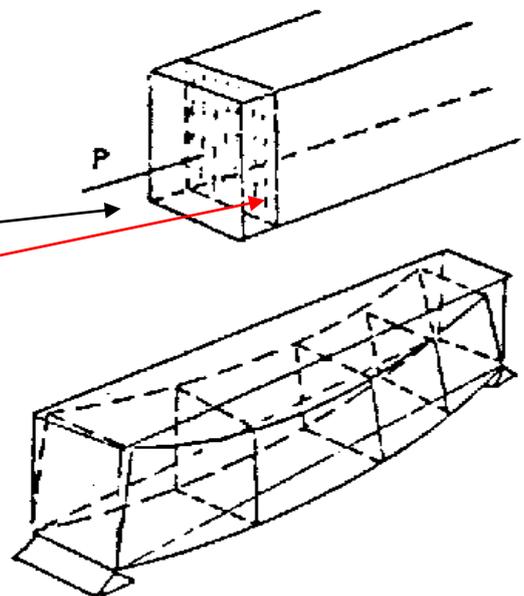
Secciones originalmente planas  
se consideran planas después de  
la deformación

Se cumple en sollicitación axil

Antes de la deformación

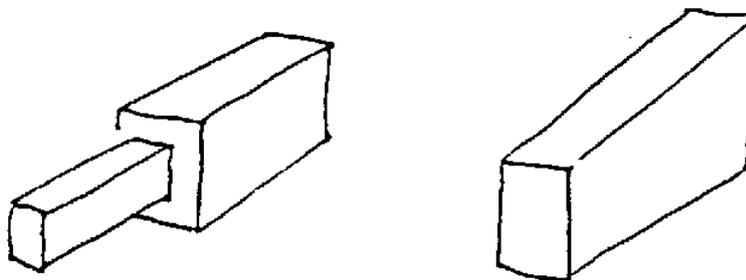
Después de la deformación

y también en flexión :



## 8.- Sólido Prismático

Esta hipótesis plantea que sí se produce cambios bruscos de sección, las fórmulas que hemos visto para dimensionar no pueden aplicarse. Vale decir que para que las fórmulas sean válidas la sección deberá permanecer constante ó variar muy poco.



NO

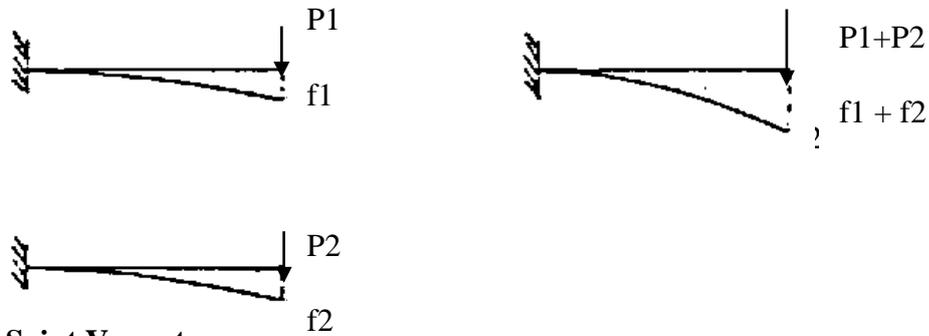
SI

## 9.- Superposición de pequeños efectos

La deformación que provoca la fuerza ( $P_1 + P_2$ ) es igual a la suma de las deformaciones que provocan  $P_1$  y  $P_2$  por separado.

Se cumple si  $f_1$  y  $f_2$  son pequeñas. (vale decir, si se está dentro del periodo elástico).



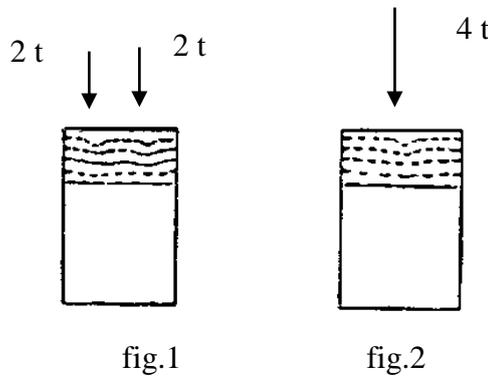


**10.- Principio de Saint Venant**

El cuerpo de la figura 1 tiene aplicadas dos fuerzas de 2 t que le producen la deformación indicada. Lo mismo ocurre en el cuerpo de la figura 2 que tiene aplicada una fuerza de 4 t.

Si estos cuerpos son iguales las deformaciones provocadas en cada caso serán distintas en la sección superior pero a una distancia suficientemente alejada, la deformación en los dos casos es la misma; esa distancia es igual a la mayor dimensión transversal del cuerpo.

Conclusión: a una distancia de las fuerzas igual a la mayor dimensión transversal del cuerpo las tensiones, deformaciones, etc. son idénticas si las fuerzas que se aplican tienen la misma resultante.

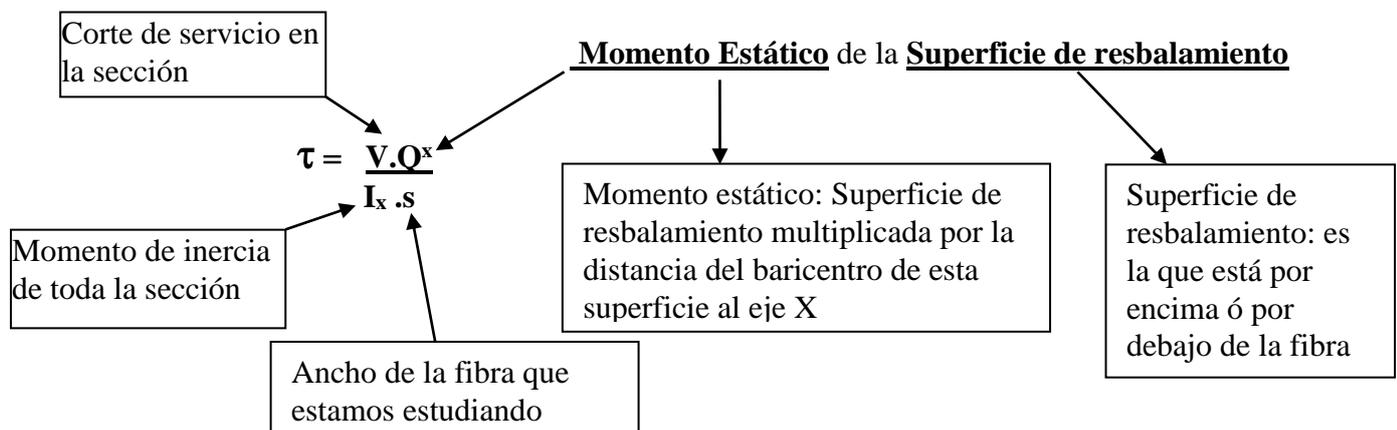


**Teorema de Varignon**

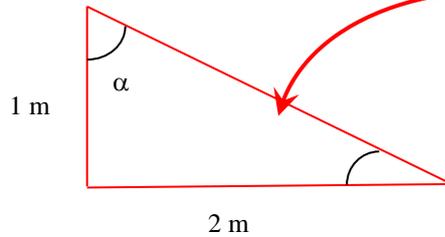
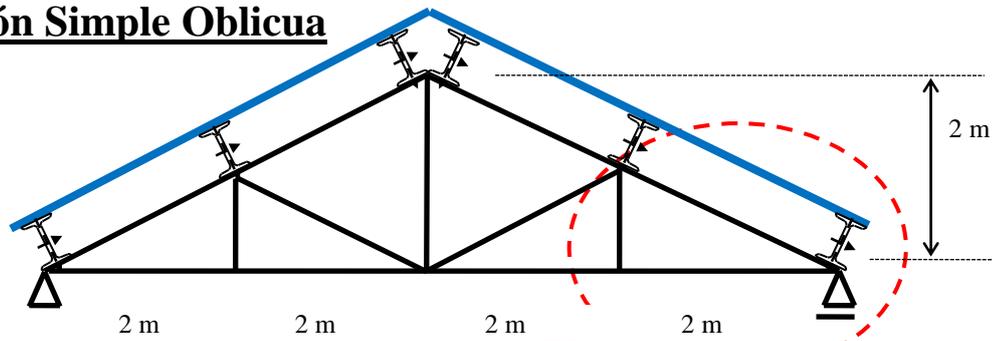
La suma de los momentos de un sistema de fuerzas respecto a un punto cualquiera es igual al momento de la resultante de dicho sistema respecto al mismo punto.”

Este enunciado quiere decir que si calculamos el momento de varias fuerzas respecto a un punto, vamos a llegar al mismo resultado que si hubiéramos calculado el momento de la resultante.

**Fórmula de Jourawsky - Collignon**

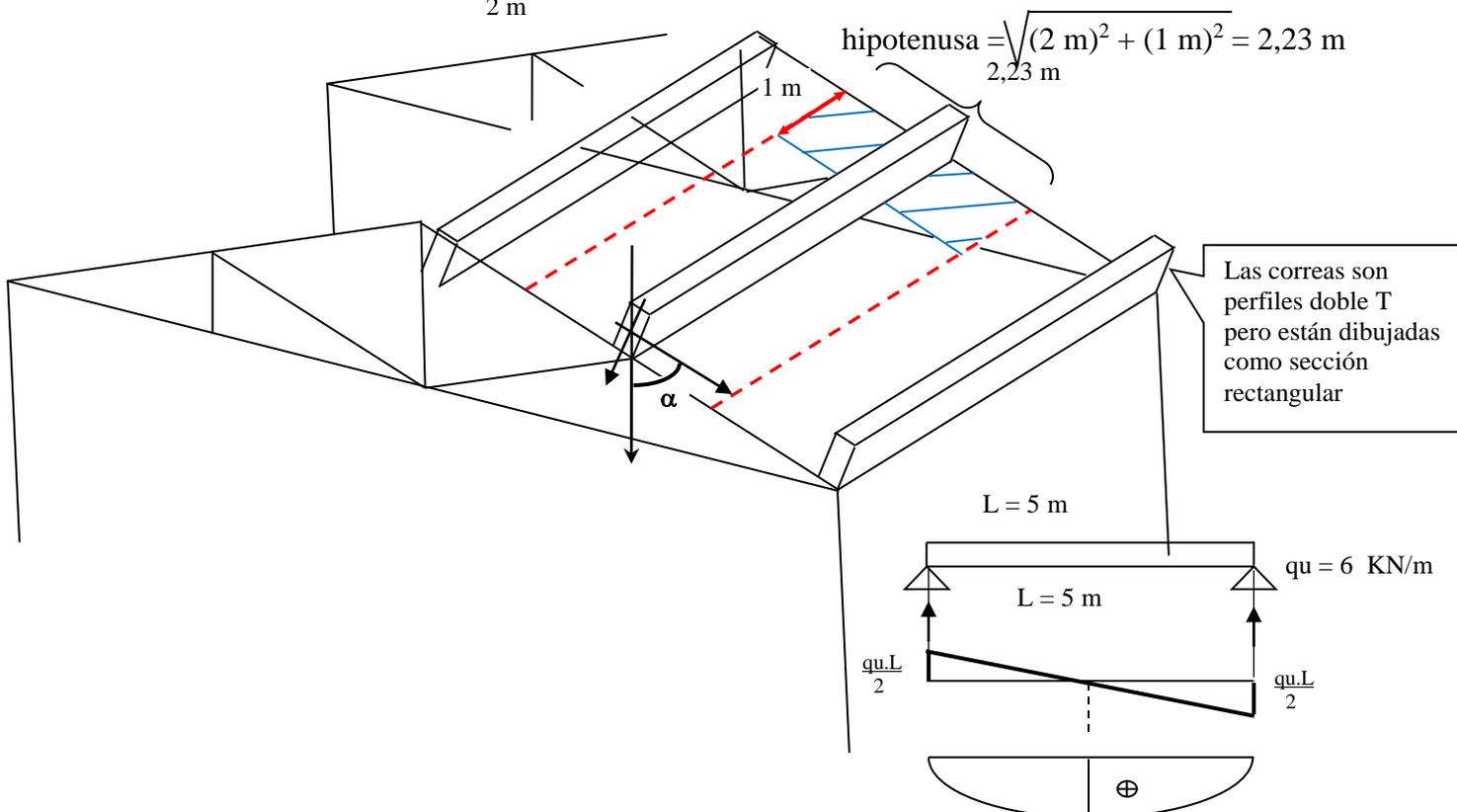


## Flexión Simple Oblicua



$$\tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{2 \text{ m}}{1 \text{ m}} = 2 \quad \alpha = 63,43$$

$$\text{hipotenusa} = \sqrt{(2 \text{ m})^2 + (1 \text{ m})^2} = 2,23 \text{ m}$$



$$\text{Cubierta (D)} = 90 \text{ kg/m}^2 \quad \text{Sobrecarga (L)} = 100 \text{ kg/m}^2$$

$$M_{\text{mix.}} = \frac{qu \cdot L^2}{8} = 18,75 \text{ KNm}$$

$$\begin{aligned} \text{Carga última} &= D \cdot 1,2 + L \cdot 1,6 = 90 \text{ kg/m}^2 \times 1,2 + 100 \text{ kg/m}^2 \times 1,6 = 268 \text{ kg/m}^2 \\ \text{por metro de correa: } qu &= 268 \text{ kg/m}^2 \times 2,23 \text{ m} = 597 \text{ kg/m} \quad \text{adopto } qu = 600 \text{ kg/m} = 6 \text{ KN/m} \\ M_{\text{máx}} &= \frac{qu \cdot L^2}{8} = \frac{600 \text{ kg/m} \cdot (5 \text{ m})^2}{8} = 1875 \text{ kgm} = 18,75 \text{ KNm} = 1875 \text{ KNcm} \end{aligned}$$

1) Dimensionado. Adopto  $Z_x/Z_y = 5,8$

$$Z_x = \frac{Mu}{\phi_b \cdot f_b} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \cdot Z_x/Z_y) = \frac{1875 \text{ KNcm}}{21,15 \text{ KN/cm}^2} \cdot (\sin 63,43 + \cos 63,43 \times 5,8) = 309 \text{ cm}^3 \quad \text{IPN 220}$$

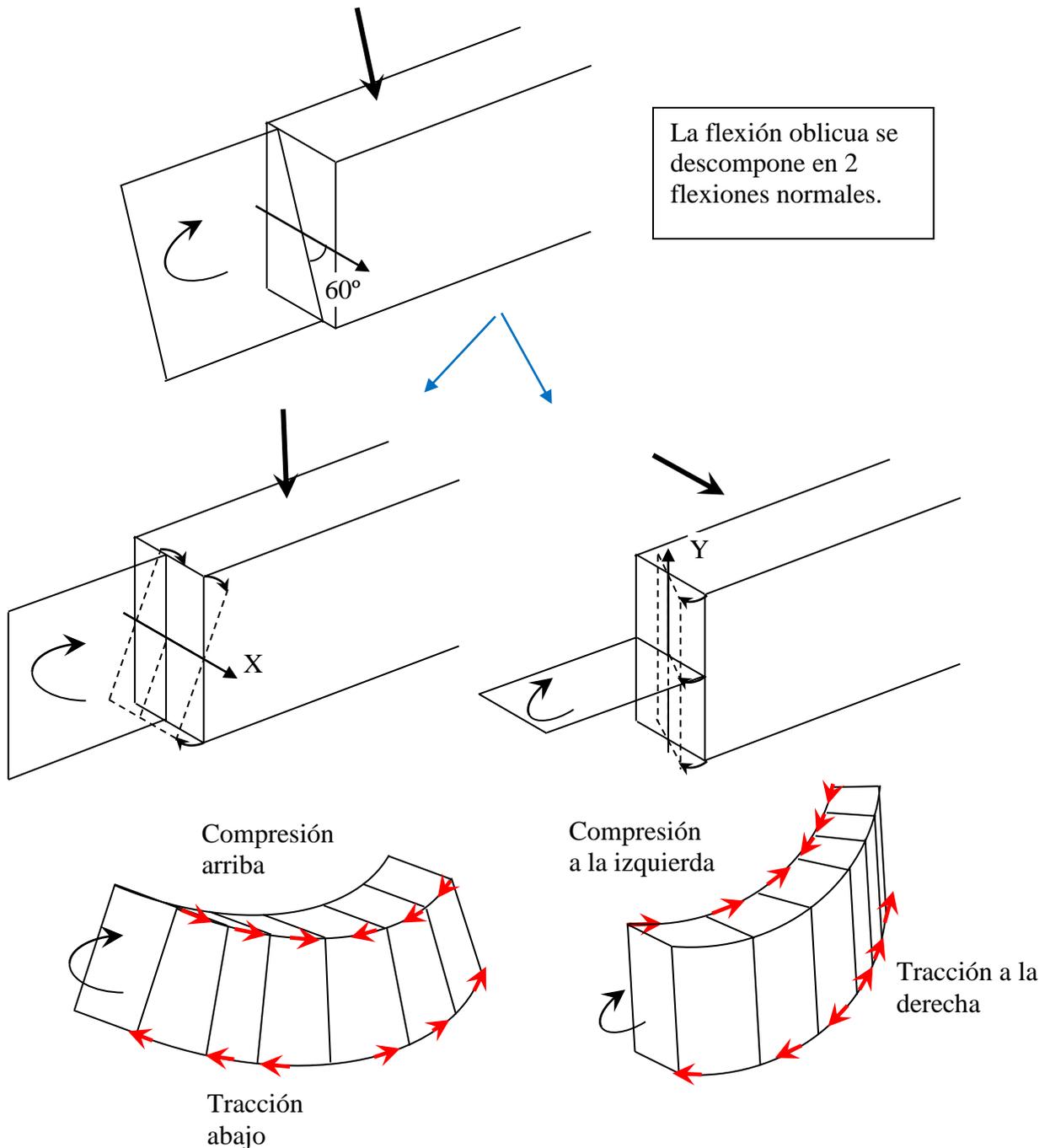
2) Verificación (porque  $Z_x/Z_y$  fue un valor arbitrariamente adoptado).

$$\sigma_{\text{máx}} = Mu \cdot \left( \frac{\sin \alpha}{Z_x} + \frac{\cos \alpha}{Z_y} \right) = 1875 \text{ KNcm} \left( \frac{\sin 63,43}{324 \text{ cm}^3} + \frac{\cos 63,43}{55 \text{ cm}^3} \right) = 20,42 \leq 21,15 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{verifica}$$



## Diagramas de tensiones

Supongamos una sección rectangular de 15 cm por 30 cm donde el momento flexor de servicio vale  $M = 1000 \text{ kgm}$  y la flexión es oblicua a  $60^\circ$ . Dibujando “derecha” a la viga :



$$M_x = M \cdot \sin \alpha = 1.000 \text{ Kgm} \cdot \sin 60^\circ = 866 \text{ Kgm}$$

$$M_y = M \cdot \cos \alpha = 1.000 \text{ Kgm} \cdot \cos 60^\circ = 500 \text{ Kgm}$$

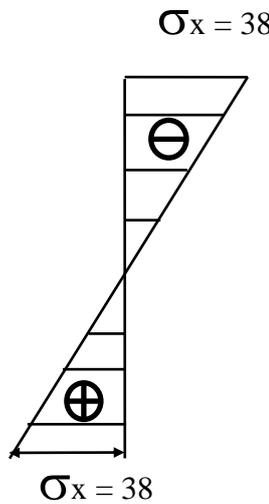
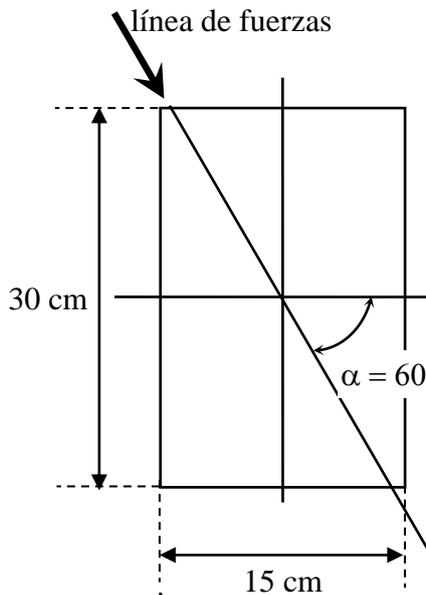
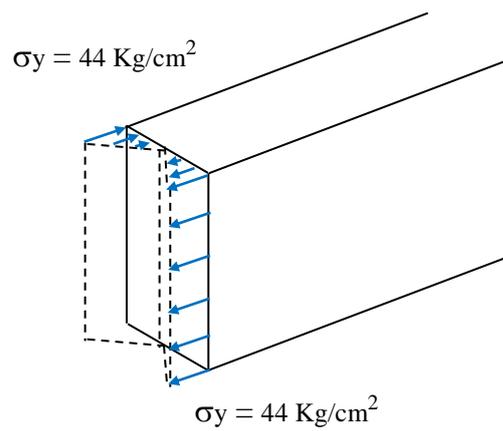
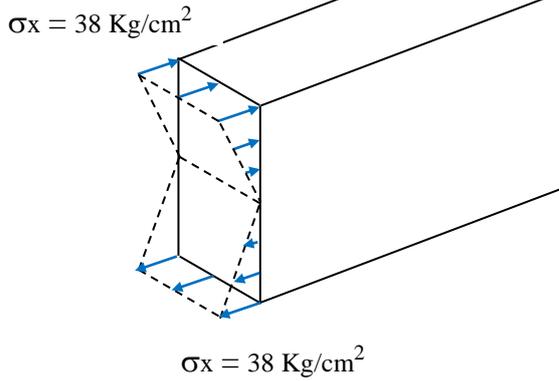
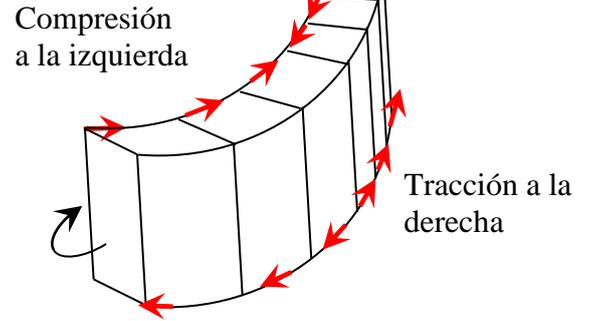
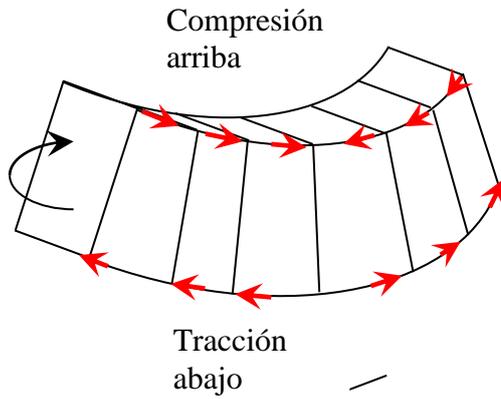
$$S_x = \frac{bh^2}{6} = 15 \text{ cm} \cdot (30 \text{ cm})^2 / 6 = 2250 \text{ cm}^3$$

$$S_y = \frac{b^2h}{6} = 1125 \text{ cm}^3$$

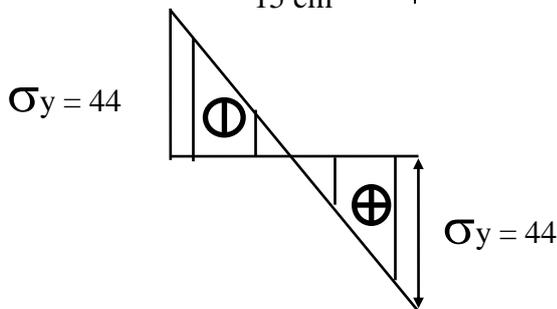
$$\sigma_x = \frac{M_x}{S_x} = \frac{86.600 \text{ Kgcm}}{2250 \text{ cm}^3} = 38 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_y = \frac{M_y}{S_y} = \frac{50.000 \text{ Kgcm}}{1125 \text{ cm}^3} = 44 \text{ Kg/cm}^2$$





Los signos de  $\sigma_x$  se sacan según el signo del diagrama de momentos:



Los signos de  $\sigma_y$  se sacan saliendo de un triángulo de  $\sigma_x$  con una horizontal hasta la línea de fuerzas, continuando con una vertical hasta llegar a un triángulo de  $\sigma_y$  que tendrá el mismo signo que el de  $\sigma_x$ .



Para hallar el eje neutro se busca un punto donde la tensión total sea cero, vale decir :  $\sigma_x + \sigma_y = 0$

Importante : en flexión oblicua el eje neutro y la línea de fuerzas nunca son perpendiculares.

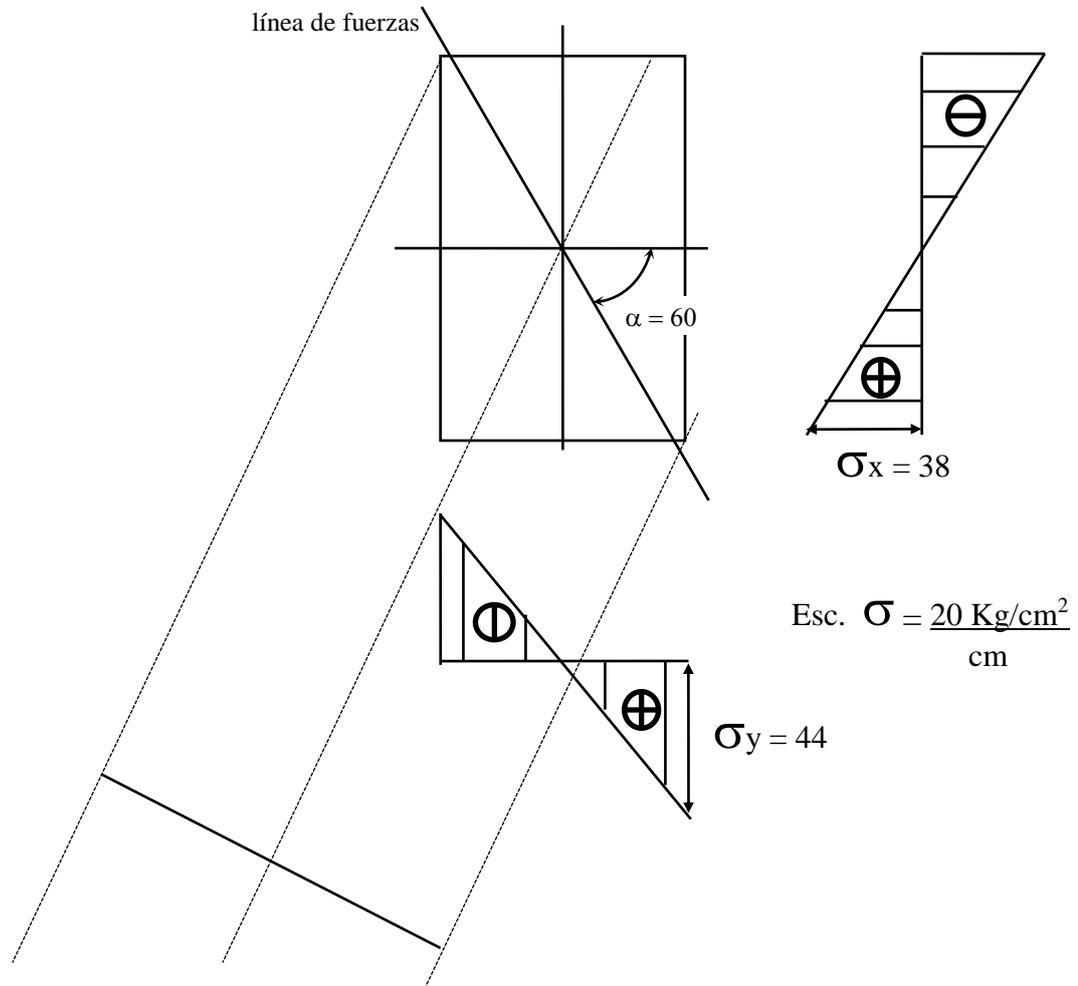
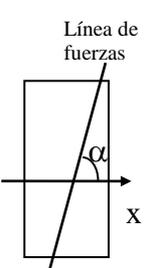


Diagrama	Solicitación	Proceso de Cálculo (en madera, válido sólo para un rectángulo)	
M	Flexión Simple Normal	Acero: $Z_x$ (módulo de resistencia plástico) = $\frac{M_u}{\phi_b \cdot f_b}$ con $Z_x$ voy a tablas $\phi_b \cdot f_b = 0,9 \cdot 23,50 \text{ KN/cm}^2 = 21,15 \text{ KN/cm}^2$ y elijo el perfil	$\frac{KNcm}{\phi_b \cdot f_b}$
		Madera: $S_x$ (módulo de resistencia elástico) = $\frac{M}{\phi_b \cdot f_b}$ $\phi_b \cdot f_b = 0,85 \cdot 1,3 \text{ KN/cm}^2$ si $h = 2b \rightarrow b = \sqrt[3]{(3/2) S_x}$ $h = 3b \rightarrow b = \sqrt[3]{(2/3) S_x}$	$\frac{KNcm}{\phi_b \cdot f_b}$
M V	Flexión Plana	<b>Acero y Madera :</b> 1) Dimensionar a Flexión Simple Normal (ídem anterior) 2) Verificar al corte acero : $\tau = \frac{V_u \text{ (KN)}}{t_w \cdot d} < \phi_v \cdot f_v = 0,9 \cdot 14,10 \text{ KN/cm}^2$ madera: $\tau = \frac{3 V \text{ (KN)}}{2 b \cdot h} < \phi_v \cdot f_v = 0,75 \cdot 0,05 \text{ KN/cm}^2$	
N + (tracción)	Solicitación Axil	<b>ACERO y MADERA :</b> A (sección) = $\frac{N_u}{\phi_t \cdot f_t}$ madera: 0,8 acero: 0,9	madera: 0,80 KN/cm <sup>2</sup> acero: 23,50 KN/cm <sup>2</sup>
N - (compresión)	Sol. Axil con verificación a Pandeo	<b>ACERO y MADERA</b> 1) acero: adopto $\phi \cdot f'_{cr} = 9,75 \text{ KN/cm}^2$ ; A (área) = $N_u / \phi \cdot f'_{cr} \rightarrow$ tabla: perfil madera: adopto $\phi \cdot f'_{cr} = 0,975 \text{ KN/cm}^2$ ; A (área) = $N_u / \phi \cdot f'_{cr}$ lado = $\sqrt{A}$ 2) Verificación: $\lambda$ (esbeltez) = $\frac{L_e}{r}$ (ver pág. siguiente) $\rightarrow$ de pág. 65 : $\phi \cdot f'_{cr}$ acero: tablas madera = $\frac{\text{lado}}{3,47}$ r (radio de giro mín) Verifica si: $\frac{N_u}{(\phi \cdot f'_{cr}) \cdot A} < 1$	
Flexión Compuesta	M N +	1) Dimensionar a Flexión Simple Normal (ídem anterior) 2) Verificar a Flexión Compuesta Normal $\frac{N_u}{(\phi_t \cdot f_b) \cdot A} + \frac{M_u}{(\phi_b \cdot f_b) \cdot (Z_x \text{ ó } S_x)} \leq 1$ ídem flexión simple Área: madera = $b \cdot h$ acero: de tablas ídem flexión simple acero: $Z_x$ de tablas madera: $S_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$	$\frac{KNcm}{(\phi_b \cdot f_b) \cdot (Z_x \text{ ó } S_x)}$
	M N -	Flexo Compresión	<b>ACERO y MADERA</b> Ver pág. siguiente.
M, N, V	Flexión General	<b>ACERO y MADERA</b> También se llama Flexión Compuesta más Corte y el dimensionado es, igual al de Flexión Compuesta, más Verificación al Corte	
M (el V no se considera)	Flexión Simple Oblicua	<b>ACERO</b> Perfil normal : adopto $Z_x/Z_y \cong 5,8$ ; perfil U : $\cong 4,4$ 1) Dimensionar : $Z_x = \frac{M_u}{\phi_b \cdot f_b} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha \cdot Z_x/Z_y) \rightarrow$ tabla $\rightarrow N^\circ$ de perfil 2) Verificación (porque $Z_x/Z_y$ fue adoptado). $\sigma_{\text{máx}} = M_u \cdot (\text{sen } \alpha / Z_x + \text{cos } \alpha / Z_y) \leq \phi_b \cdot f_b = 21,15 \text{ KN/cm}^2$	
		<b>MADERA</b> Para $h = 2b \rightarrow S_x/S_y = 2$ ; para $h = 3b \rightarrow = 3$ 1) Dimensionar : $S_x = \frac{M}{\phi_b \cdot f_b} \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha \cdot S_x/S_y)$ si $h = 2b \rightarrow b = \sqrt[3]{(3/2) S_x}$ si $h = 3b \rightarrow b = \sqrt[3]{(2/3) S_x}$ 2) Verificación : no es necesaria, porque $S_x/S_y$ es exacto.	

**Flexo-compresión (M y N-)**

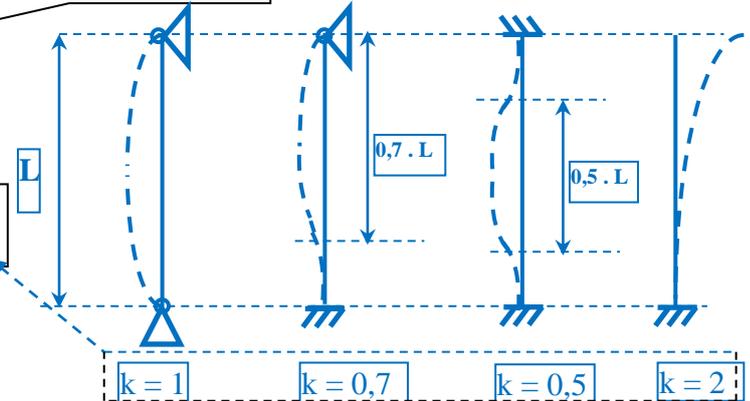
- 1) se dimensiona a flexión simple: ídem primer caso de la página anterior
- 2) se verifica a flexo-compresión

madera:  $E = 900 \text{ KN/cm}^2$   
 acero:  $E = 20.000 \text{ KN/cm}^2$

$I_x$ : momento de inercia  
 madera:  $I_x = b \cdot h^3 / 12$   
 acero:  $I_x$  de tablas de perfiles

$P_c$  (carga crítica) =  $\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{L_e^2}$

$L_e$  (long. efectiva) = longitud de la barra (cm)  $\cdot k$



Cálculo de  $\delta$  (delta, factor de amplificación):

$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{N_u}{P_c}}$

Si  $\delta$  (delta; factor de amplificación), dio menor a 1, tomar  $\delta = 1$

$C_m = 0,6 + 0,4 \cdot \frac{M_1}{M_2}$  (el menor mom. flexor) /  $M_2$  (el mayor mom. flexor)  
 ( $M_1$  y  $M_2$  deben reemplazarse con sus signos)

Ejemplos de cálculo de  $C_m$ :

M máx en el medio $M_2 = 0$ $M_1 = 0$ $C_m = 1$	Momentos iguales de signo contrario $M_2$ $M_1$ $C_m = 0,4$	Momento cero en un extremo $M_2$ $M_1 = 0$ $C_m = 0,6$
--	--	---

**Acero:**  $\frac{N_u}{(\phi \cdot f'_{cr}) \cdot A} + \frac{\delta \cdot M_u}{Z_x(\phi_b \cdot f_b)} \leq 1$  (si da mayor, no verifica y se adopta un perfil mayor)

$(\phi \cdot f'_{cr})$  de pág. 65 entrando con  $\lambda_x$   
 $\lambda_x = \frac{L_e \text{ (longitud efectiva)} = k \cdot L}{r_x \text{ (radio de giro máx: tabla de perfiles)}}$

$\phi_b \cdot f_b = 21,15 \text{ KN/cm}^2$   
 de tablas de perfiles

**Madera:**  $\frac{N}{(\phi \cdot f'_{cr}) \cdot A} + \frac{\delta \cdot M}{(\phi_b \cdot f_b) \cdot S_x} \leq 1$  (si da mayor, no verifica y se adopta una sección mayor)

$(\phi \cdot f'_{cr})$  de pág. 65 entrando con  $\lambda_x$   
 $\lambda_x = \frac{L_e \text{ (longitud efectiva)} = k \cdot L}{r_x \text{ (radio de giro máximo)} = h/3,47}$

$\phi_b \cdot f_b$   
 $\frac{b \cdot h^2}{6}$

3) Verificación a pandeo

Debe ser:  $\frac{N_u}{A \cdot (\phi \cdot f'_{cr})} \leq 1$

$(\phi \cdot f'_{cr})$  de pág. 65 con  $\lambda_y$   
 $\lambda_y = \frac{L_e \text{ (longitud efectiva)} = k \cdot L}{r_y \text{ (radio de giro mínimo)}}$   
 madera:  $b / 3,47$   
 acero: de tablas

(si da mayor, no verifica y se adopta una sección mayor)

4) Verificación al corte: con las mismas fórmulas del 2do. paso de Flexión Plana.

